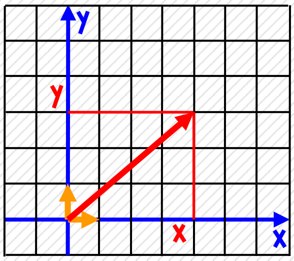
Koordinátageometria

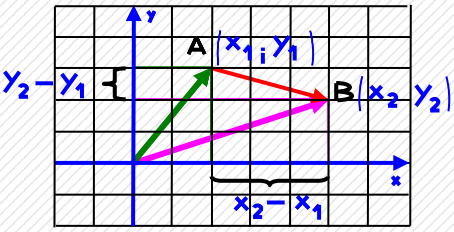
Vektorok



A helyvektor hosszát megkapjuk, ha a koordinátáinak a négyzetösszegéből gyököt vonunk.

$$\vec{r}(x;y) \quad \Rightarrow \quad r=\sqrt{x^2+y^2}$$

Két pont távolsága



$$d_{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

Két pont távolságát megkapjuk, ha a megfelelő koordinátáik különbségének a négyzetösszegéből gyököt vonunk.

A két pontot összekötő vektort megkapjuk, ha a végpont koordinátáiból kivonjuk a kezdőpont koordinátáit. $\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1;\, b_2-a_2)$

Vektor elforgatása 90°-kal

Egy vektort úgy forgatunk el 90°-kal, hogy a koordinátáit felcseréljük, és valamelyiket szorozzuk mínusz eggyel.

Vektorműveletek koordinátákkal

Két vektor összegét megkapjuk, ha megfelelő koordinátákat összeadjuk. $\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2;\, y_1+y_2)$

A vektorok kivonását úgy végezzük el, hogy a kisebbítendő vektor végpontjából kivonjuk a kivonandó koordinátáit. A különbségvektort helyvektorként kapjuk meg! $\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2;\, y_1-y_2)$

Vektort úgy szorzunk számmal, hogy a koordinátákat szorozzuk. $\lambda \in R \Rightarrow \lambda\vec{a}=(\lambda x_1;\, \lambda y_1)$

A felezőpont koordinátái

A szakasz felezőpontjának a koordinátáit megkapjuk, ha képezzük a végpontok megfelelő koordinátáinak a számtani közepét. $F_{AB}\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

A harmadoló pontok koordinátái

A $(x_1;y_1)$ 1 $H_1\left(\frac{2x_1+1x_2}{3};\frac{2y_1+1y_2}{3}\right)$ 2 B$(x_2;y_2)$

A $(x_1;y_1)$ 2 $H_2\left(\frac{1x_1+2x_2}{3};\frac{1y_1+2y_2}{3}\right)$ 1 B$(x_2;y_2)$

Amelyiket szorzod kettővel, ahhoz van közelebb az osztópont.

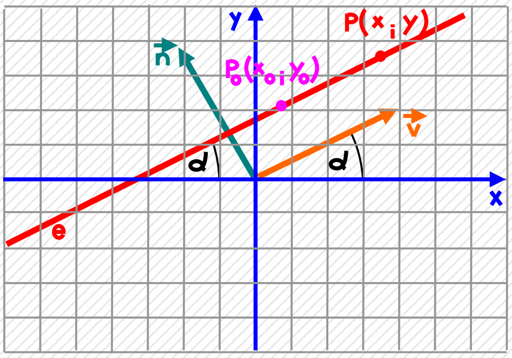
A háromszög súlypontjának koordinátái

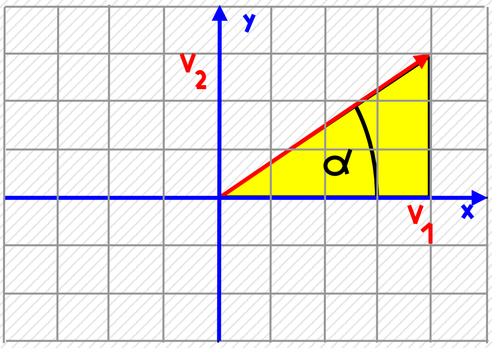
A háromszög súlypontjának a koordinátáit megkapjuk, ha kiszámoljuk a csúcsok megfelelő koordinátáinak számtani közepét.

$$S(s_1;s_2) \Rightarrow s_1=\frac{a_1+b_1+c_1}{3}; \qquad s_2=\frac{a_2+b_2+c_2}{3}$$

Egyenesek

Egyenesekkel kapcsolatos alapfogalmak





Az egyenes irányszöge az x tengelyjel pozitív forgásirányba bezárt szöge
Jele: α

$P_0(x_0;y_0)$-lal jelöljük az egyenes egy ismert pontját (másképpen fix pont).

Futópont: az egyenes bármely pontja lehet. Jele: P(x; y) (Azért hívjuk futópontnak, mert ha x végigfut a valós számokon, akkor a P pont végigfut az egyenesen)

Az egyenes irányvektorának nevezünk minden olyan vektort, amelyik párhuzamos vele.
Jele: $\underline{v}=(v_1;v_2)$

Az egyenes normálvektorának nevezünk minden olyan vektort, amelyik merőleges az egyenesre.
Jele: $\underline{n}=(n_1;n_2)$

m = tg α az egyenes meredeksége

$$\left.\begin{array}{l} m=\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{v_2}{v_1} \\ \vec{v}(v_1;v_2)\xrightarrow{90^\circ}\Big(\underset{n_1}{-v_2};\underset{n_2}{v_1}\Big)=\vec{n} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathrm{tg}\,\alpha=-\frac{n_1}{n_2}$$

Az irányvektoros egyenes egyenlet: $v_2x-v_1y=v_2x_0-v_1y_0$

A normálvektoros egyenes egyenlet: $n_1x+n_2y=n_1x_0+n_2y_0$

Az iránytényezős egyenes egyenletek: $y-y_0=m(x-x_0) \qquad y=mx+b$

Az egyenesek egymáshoz viszonyított helyzete

Két egyenes akkor és csak akkor párhuzamos, ha meredekségük ugyanakkora.

Két egyenes akkor és csak akkor merőleges, ha meredekségük szorzata mínusz egy.

Két egyenes akkor esik egybe, ha ugyanakkora a meredekségük, és ugyanaz az y tengely metszetük.

A kör

A köregyenlet: $(x-u)^2+(y-v)^2=r^2$ $\quad$ $C(u;v)$

Két alakzat metszéspontját megkapjuk, ha megoldjuk az egyenletükből álló egyenletrendszert.

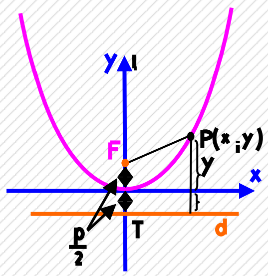
A parabola

Az origó tengelypontú az y szimmetriatengelyű parabolák egyenlete

a.) A parabola felfelé nyílik.

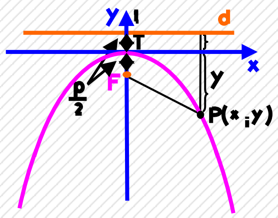
Az origó tengelypontú az y szimmetriatengelyű parabola egyenlete: $y=\frac{1}{2p}x^2$

A fókuszpont koordinátái: F(0; p/2)



A vezéregyenes egyenlete: $y=-\frac{p}{2}$

b.) A parabola lefelé nyílik.



Az origó tengelypontú az y szimmetriatengelyű parabola egyenlete:

$y=-\frac{1}{2p}x^2$

A fókuszpont koordinátái: F(0; – p/2)

A vezéregyenes egyenlete: $y=\frac{p}{2}$

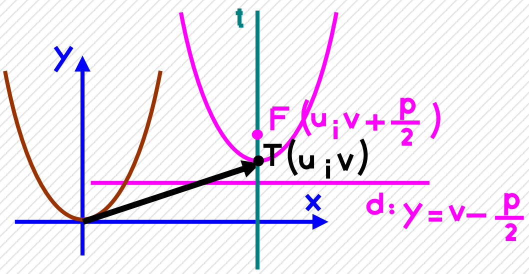
Az y tengellyel párhuzamos szimmetriatengelyű parabolák egyenlete

a.) A parabola felfelé nyílik.

A tengelypont koordinátái u és v. T(u;v)

A szimmetria tengely (t) egyenlete: x = u

A fókuszpont a paraméter felével feljebb van, mint a tengelypont, ezért a fókuszpont: F(u; v + p/2)



A vezéregyenes a paraméter felével lejjebb van, mint a tengelypont.

A vezéregyenes egyenlete: $y=v-\frac{p}{2}$

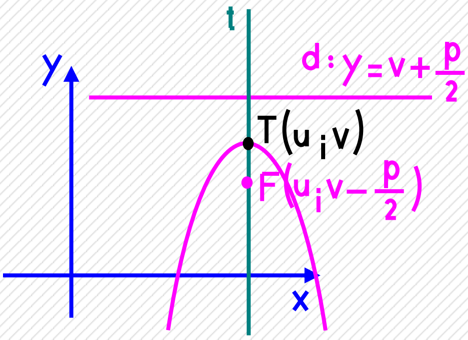
A parabolát jobbra toltuk u-val, és felfelé v- vel. A parabola egyenlete:

$$y=\frac{1}{2p}(x-u)^2+v$$

b.) A parabola lefelé nyílik.

A tengelypont koordinátái u és v. T(u;v)

A szimmetria tengely (t) egyenlete: x = u



A fókuszpont a paraméter felével lejjebb van, mint a tengelypont, ezért a fókuszpont: F(u; v – p/2)

A vezéregyenes a paraméter felével feljebb van, mint a tengelypont.

A vezéregyenes egyenlete: $y=v+\frac{p}{2}$

A parabolát tükröztük az x tengelyre, jobbra toltuk u-val, és felfelé toltuk v- vel. A parabola egyenlete a függvény transzformáció szabályai szerint: $y=-\frac{1}{2p}(x-u)^2+v$