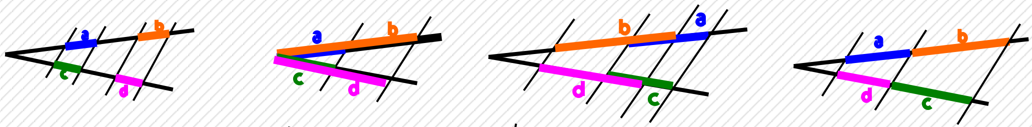
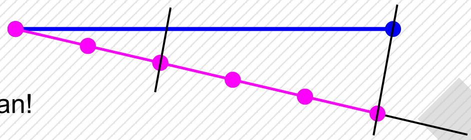
Geometria 10. osztály összefoglaló

A párhuzamos szelők tétele: Ha egy szög szárait párhuzamosokkal metsszük, akkor az egyik száron keletkezett szakaszok aránya megegyezik a másik száron keletkezett megfelelő szakaszok arányával.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

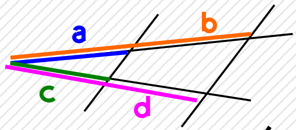


Szakasz felosztása adott arányban

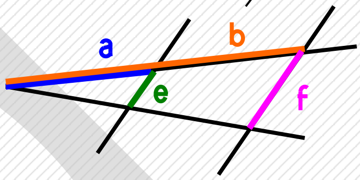


Osszunk fel egy szakaszt 2:3 arányban!

A párhuzamos szelők-tételének megfordítása: Ha egy szög szárait egyenesekkel metsszük, és a szög egyik szárból lemetszett szakaszok aránya megegyezik a másik szárból lemetszett megfelelő szakaszok arányával, akkor a szelők párhuzamosak.



A párhuzamos szelő szakaszok tétele: Ha egy szög szárait párhuzamosokkal metsszük, akkor az egyik szárból lemetszett szakaszok aránya megegyezik a szelőkből kimetszett megfelelő szakaszok arányával. $\frac{e}{f}=\frac{a}{b}$



A szögfelező-tétel: Bármely háromszögben a belső szögfelező a szemközti oldalt a szomszédos oldalak arányában osztja.

A középpontos hasonlóság

Ha egy szakasz hossza „a", akkor a képének a hossza a' = λa

A hasonló alakzatok megfelelő oldalainak az aránya ugyanakkora. $\frac{a'}{b'}=\frac{a}{b}$

A háromszögek hasonlóságának esetei:

– A megfelelő oldalak aránya páronként megegyezik.
– Két-két oldal aránya és a közbezárt szög megegyezik.
– Két-két oldal aránya és a nagyobbikkal szemközti szög megegyezik.
– Két szögük megegyezik.

A hasonló síkidomok területének az aránya megegyezik a hasonlóság arányának a négyzetével. $\frac{T'}{T}=\lambda^2$

A hasonló testek térfogatának az aránya megegyezik a hasonlóság arányának a köbével.

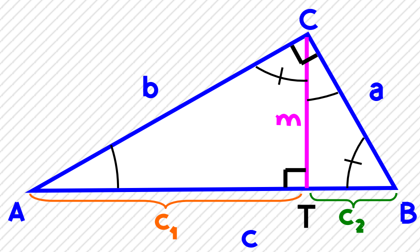
Két pozitív szám számtani közepén az összegük felét értjük.

$$A(a,b)=\frac{a+b}{2} \qquad a,b\in R^+$$

Két pozitív szám mértani közepén a szorzatuk négyzetgyökét értjük.

$$G(a,b)=\sqrt{a\cdot b} \qquad a,b\in R^+$$

A magasság-tétel: Bármely derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság mértani közepe az átfogó két szeletének. $m=\sqrt{c_1\cdot c_2}$



A befogó-tétel: Bármely derékszögű háromszögben a befogó mértani közepe az átfogónak és az átfogóra eső merőleges vetületének.

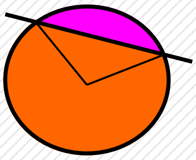
$$a=\sqrt{c_2\cdot c} \qquad b=\sqrt{c_1\cdot c}$$

A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség: Két nem negatív szám számtani közepe, legalább akkora, mint a mértani közepük. $\boxed{\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}}$

A körív hossza egyenesen arányos a középponti szögével: $\frac{i}{2r\pi}=\frac{\alpha^o}{360^o}$

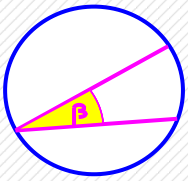
A körcikk területe is arányos a középponti szögének a nagyságával. $\frac{t_{cikk}}{r^2\pi}=\frac{\alpha^o}{360^o}$

A körszelet területe

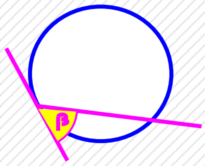


A kisebb körszelet területét megkapjuk, ha a körcikk területéből kivonjuk a középponti háromszögének a területét.
A nagyobbik körcikk területét kétféleképpen is számolhatjuk:
– a kör területéből kivonjuk a kisebbik körszelet területét,
– nagyobbik körcikk területéhez hozzáadjuk a középponti háromszög területét.

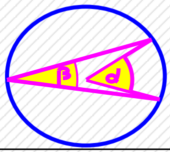
A körgyűrű területe: $2r_k\pi d$



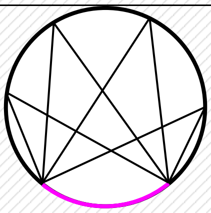
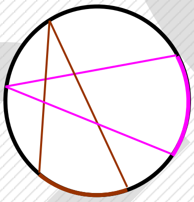
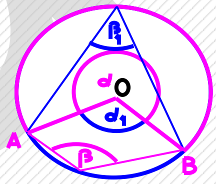
A középponti szög (α) olyan szög, aminek a csúcsa a kör középpontja, és a szárai sugarak.
A kerületi szög (β) olyan szög, aminek a csúcsa a körvonalon van és a szárai húrok.
Az érintő szárú kerületi szög (β) olyan szög, aminek a csúcsa a körvonalon van, az egyik szára húr, a másik pedig érintő.



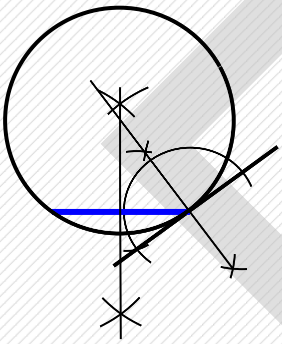
A kerületi szögek tétele: Egy adott ívhez tartozó középponti szög kétszer akkora, mint az egy adott ívhez tartozó kerületi szög.



A kerületi szögek tételének következményei:

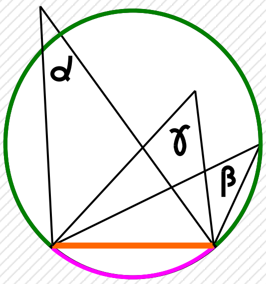
1. Egy adott ívhez tartozó összes kerületi szög ugyanakkora. 	2.Egyenlő ívekhez egyenlő kerületi szögek tartoznak. $i_1 = i_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$ 	3. egy ívhez tartozó kerületi szögnek és a kiegészítő ívének a kerületi szögének az összege 180º. 

A látókör szerkesztése:



A béta szögű látószögköríven belülről a bétánál nagyobb, kívülről a bétánál kisseb szög alatt látszik a szakasz.

$$\alpha < \beta < \gamma$$



Ha van olyan kör, amin a négyszög mind a négy csúcsa rajta van, akkor a négyszög **húrnégyszög**.
A húrnégyszög-tétel: A négyszög akkor és csak akkor húrnégyszög, ha a szemközti szögeinek összege 180º.
Ha van olyan kör, amit a négyszög mind a négy oldala érint, akkor a négyszög **érintőnégyszög.**
Az érintőnégyszög-tétel: Ha egy négyszög érintőnégyszög, akkor a szemközti oldalainak összege ugyanakkora.