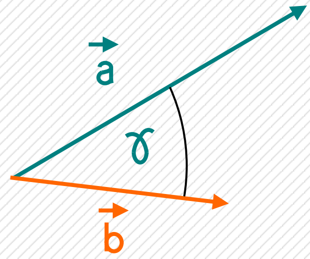
Trigonometria 11. osztály

A skaláris szorzat:	
Def.: Két vektor **skalárszorzatát** megkapjuk, ha a két vektor hosszának szorzatát megszorozzuk a közbezárt szög koszinuszával. Azért hívjuk skaláris szorzatnak, mert a művelet során két vektorból egy számot kapunk.	 $\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} := \lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\cos\gamma}$
A skalárszorzat koordinátákkal: A skalárszorzat előáll a vektorok megfelelő koordinátáinak a szorzatösszegeként.	$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1\cdot b_1 + a_2\cdot b_2}$

Két vektor hajlásszöge:

$$\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\cos\gamma = a_1b_1 + a_2b_2$$

$$\cos\gamma = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}\cdot\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

A koszinusz-tétel:	
Bármely háromszögben egy oldal négyzetét megkapom, ha a másik két oldal négyzetének összegéből kivonom a két oldal kétszeres szorzatát szorozva a közbezárt szög koszinuszával.	$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma}$
Alkalmazása: – Ha adott két oldal és a közbezárt szög, akkor kiszámíthatjuk a szöggel szemközti oldalt. – Ha adott három oldal, akkor kiszámíthatjuk bármelyik szöget.	

A háromszög területe:	
Bármilyen háromszög területét megkapjuk, ha két oldal szorzatát megszorozzuk a közbezárt szög szinuszával és osztjuk kettővel.	$\boxed{T_\triangle = \frac{ab\cdot\sin\gamma}{2}}$

A szinusz-tétel

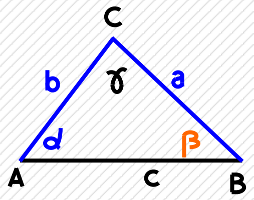
Bármely háromszögben két-két oldal aránya megegyezik a szemközti szögek szinuszának arányával.	$\boxed{\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}}$

Alkalmazása:

– Ha adott egy oldal és két szög, akkor kiszámolhatjuk a másik két oldalt.

– Ha adott két oldal és a nagyobbikkal szemközti szög, akkor kiszámolhatjuk a kisebbik oldallal szemközti szöget.

– Ha adott két oldal és a kisebbikkel szemközti szög, akkor kiszámolhatjuk a nagyobbik oldallal szemközti szöget. Mivel két oldal és a kisebbik oldallal szemközti szög nem határozza meg egyértelműen a háromszöget, ezért ebben az esetben meg kell vizsgálni a kapott háromszögeket, hogy hány megoldás van!



Addíciós tételek

1.	$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$
2.	$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$
3.	$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$
4.	$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$
5.	$\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta}$
6.	$\mathrm{tg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\beta}{1+\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta}$
7.	$\mathrm{ctg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\beta+\mathrm{ctg}\alpha}$
8.	$\mathrm{ctg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta+1}{\mathrm{ctg}\beta-\mathrm{ctg}\alpha}$

Többszörös szögek szögfüggvényei

1.	$\sin\,2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2.	$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
3.	$\mathrm{tg}\,2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$
4.	$\mathrm{ctg}\,2\alpha=\dfrac{\mathrm{ctg}^2\alpha-1}{2\mathrm{ctg}\alpha}$

Trigonometrikus egyenletek

Trigonometrikus egyenlőtlenségek