

## Számtani sorozatok

**2005/05.10/14.** Egy számtani sorozat második tagja 17, harmadik tagja 21.

a) Mekkora az első 150 tag összege? (5 pont)

Kiszámoltuk ebben a sorozatban az első 111 tag összegét: 25 863.

b) Igaz-e, hogy 25 863 számjegyeit tetszőleges sorrendben felírva mindig hárommal osztható számot kapunk? (Válaszát indokolja!) (3 pont)

c) Gábor olyan sorrendben írja fel 25 863 számjegyeit, hogy a kapott szám négyvel osztható legyen. Milyen számjegy állhat a tízes helyiértéken? (Válaszát indokolja!) (4 pont)

**2005/05/28/14.** a) Iktasson be a 6 és az 1623 közé két számot úgy, hogy azok a megadottakkal együtt egy számtani sorozat szomszédos tagjai legyenek! (5 pont)

b) Számítsa ki a 6 és az 1623 közötti négyvel osztható számok összegét! (7 pont)

**2005/05/29/15.** Egy számtani sorozat első tagja 5, második tagja 8.

a) Adja meg a sorozat 80. tagját! (2 pont)

b) Tagja-e a fenti sorozatnak a 2005? (Válaszát számítással indokolja!) (3 pont)

c) A sorozat első  $n$  tagját összeadva az összeg 1550. Határozza meg  $n$  értékét! (7 pont)

**2005/10/14.** Egy kultúrpalota színháztermének a nézőtere szimmetrikus trapéz alaprajzú, a széksorok a színpadtól távolodva rövidülnek. A leghátsó sorban 20 szék van, és minden megelőző sorban 2-vel több, mint a mögötte lévőben. 500 diák és 10 kísérő tanár pont megtöltik a nézőteret. Hány széksor van a nézőtéren? (12 pont)

**2006/02/15.** Összeadtunk ötvenöt egymást követő pozitív páratlan számot, az összeg értéke 3905.

a) Melyik volt az összegben az első, illetve az ötvenötödik páratlan szám? (8 pont)

b) Melyik az összeadottak között a legkisebb olyan szám, amelynek a prímtényező felbontásában két különböző prímszám szerepel, és a négyzete ötre végződik? (4 pont)

**2006/05/2.** Egy számtani sorozat első eleme 8, differenciája  $-\frac{2}{3}$ . Mekkora a sorozat negyedik eleme? (2 pont)

**2006/10/16.** Egy útépítő vállalkozás egy munka elkezdésekor az első napon 220 méternyi utat aszfaltoz le. A rákövetkező napon 230 métert, az azutánin 240 métert és így tovább: a munkások létszámát naponta növelve minden következő munkanapon 10 méterrel többet, mint az azt megelőző napon.

a) Hány méter utat aszfaltoznak le a 11-edik munkanapon? (3 pont)

b) Az összes aszfaltozandó út hossza ebben a munkában 7,1 km. Hányadik munkanapon készülnek el vele? (8 pont)

c) Hány méter utat aszfaltoznak le az utolsó munkanapon? (3 pont)

d) A 21-edik napon kétszer annyian dolgoztak, mint az első napon. Igaz-e az a feltételezés, hogy a naponta elkészült út hossza egyenesen arányos a munkások létszámával? (Válaszát indokolja!) (3 pont)

**2008/10/7.** Egy számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 60. Mennyi a sorozat első öt tagjának összege? Válaszát indokolja!

**2010/10/16.** Egy számtani sorozat első tagja  $-7$ , a nyolcadik tagja 14.

a) Adja meg  $n$  lehetséges értékeit, ha a sorozat első  $n$  tagjának összege legfeljebb 660.

**2011/10/8.** Egy számtani sorozat ötvenedik tagja 29, az ötvenegyedik tagja 26. Számítsa ki a sorozat első tagját! (3 pont)

**kmat\_12máj/15.** Az újkori olimpiai játékok megrendezésére 1896 óta kerül sor, ebben az évben tartották az első (nyári) olimpiát Athénban. Azóta minden negyedik évben tartanak nyári olimpiát, és ezeket sorszámmal látják el. Három nyári olimpiát (az első és a második világháború miatt) nem tartottak meg, de ezek az elmaradt játékok is kaptak sorszámot.

a) Melyik évben tartották a 20. nyári olimpiai játékokat? (2p)

b) Számítsa ki, hogy a 2008-ban Pekingben tartott nyári olimpiának mi volt a sorszáma! (2p)

A nyári olimpiák szervezőinek egyik fő bevételi forrása a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel. Rendelkezésünkre állnak a következő adatok (millió dollárban számolva):

Olimpia sorszáma            20.        22.

Bevétel a televíziós jogok értékesítéséből    75            192

Eszter úgy véli, hogy a televíziós jogok értékesítéséből származó bevételek – a 20. olimpiától kezdve – az egymás utáni nyári olimpiákon egy számtani sorozat egymást követő tagjait alkotják. Marci szerint ugyanezek a számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A saját modelljük alapján mindketten kiszámolják, hogy mennyi lehetett a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel a 27. nyári olimpián. Ezután megkeresik a tényleges adatot, amely egy internetes honlap szerint 1383 (millió dollár).

c) Számítsa ki, hogy Eszter vagy Marci becslése tér el kisebb mértékben a 27. nyári olimpia tényleges adatától! (8p)

**kmat\_2012\_okt/1.** Az an számtani sorozat első tagja és differenciája is 4. Adja meg a sorozat 26. tagját! (2p)

**2012/kmatma/máj/13.** Egy számtani sorozat tizedik tagja 10, a különbsége 4.

a) Pali azt állítja, hogy a sorozat tizedik tagjának kettes számrendszerbeli alakja 1011. Indokolja vagy cáfolja Pali állításának helyességét!

b) Mekkora a sorozat első tagja?

c) Határozza meg a sorozat legkisebb három számjegyű tagját! Hányadik tagja ez a sorozatnak?

d) Hány elemű az a halmaz, amelyet ezen számtani sorozat kétjegyű pozitív tagjai alkotnak? (3+2+4+3p)

**kmat2013/máj/13.** a) Egy számtani sorozat első tagja 2, első hét tagjának összege 45,5. Adja meg a sorozat hatodik tagját! b) Egy mértani sorozat első tagja 5, második és harmadik tagjának összege 10. Adja meg a sorozat első hét tagjának az összegét! 5+7p

**kmat\_2014/máj/15.** a) Egy számtani sorozat első tagja 5, differenciája 3. A sorozat első  $n$  tagjának összege 440. Adja meg  $n$  értékét!

**kmatma/2014/17.** Tekintsük mindazoknak a pozitív egész számoknak a növekvő sorozatát, melyek 3-mal osztva 2 maradékot adnak. A sorozat első tagja a legkisebb ilyen tulajdonságú szám.

- a) Melyik ennek a sorozatnak a 25. tagja?  
b) A sorozat első  $n$  tagjának az összege 8475. Határozza meg  $n$  értékét!  
c) Hány háromjegyű, 5-tel osztható tagja van a sorozatnak? 3+6+8p

#### Számtani sorozatok

**kmat/2014/okt/16.** Egy számtani sorozat első tagja 56, differenciája  $-4$ .

- a) Adja meg a sorozat első 25 tagjának összegét!  
b) Számítsa ki az  $n$  értékét és a sorozat  $n$ -edik tagját, ha az első  $n$  tag összege 408. Egy mértani sorozat első tagja 1025, hányadosa 0,01.  
c) Hányadik tagja ennek a sorozatnak a 100 000? 2p+8p+7p

**kmat\_2015/maj/15.** Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy amikor unokájuk 18 éves lesz, akkor vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért Zsuzsa 18. születésnapja előtt 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy Zsuzsa 18. születésnapján éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Úgy tervezik, hogy az első alkalom után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban. 7p

- a) Terveik szerint mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal?

**kmat/2015/okt/2. 13.** Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $a$  és 18.

- a) Határozza meg az  $a$  értékét és a sorozat differenciáját! 3p

**kmat/2016/05/8.** Egy számtani sorozat negyedik tagja 7, ötödik tagja  $-5$ . Határozza meg a sorozat első tagját! Megoldását részletezze! 3p

**kmat\_2016/okt/14.** Andrea és Gabi közösen, de különböző edzés módszerrel készülnek egy futóversenyre. A felkészülés első hetében mindketten 15 km-t, a felkészülés tizenegyedik (11.) hetében pedig már mindketten 60 km-t futnak.

- a.) Andrea hétről hétre ugyanannyi kilométerrel növeli a lefutott táv hosszát. Hány kilométerrel fut többet hétről hétre Andrea?

- b.) Hány kilométert fut Andrea a 11 hét alatt összesen? 3+4p

**kmatma\_2016maj/16.** A dél-franciaországi Orange városában található az egyik legjobb állapotban fennmaradt antik színház. Félkör alakú nézőterének első sorában 60 ülőhely van, majd a második sortól kezdve minden sorban az előző sornál 6-tal több ülőhelyről tudják nézni az előadást. (A képen a nézőtér egy részlete látható.)

- a) Hány ülőhely van a 17. sorban? 3+7+7p  
b) A színházról szóló prospektusból kiderül, hogy összesen 6786 ülőhely van a nézőtéren. Hány sor van a színház nézőterén?

Egy mértani sorozat első tagja 60, hányadosa 1,1.

- c) Az első tagtól kezdve legalább hány egymást követő tagot kell összeadnunk ebben a sorozatban ahhoz, hogy az összeg elérje a 6786-ot?

**kmatma2017/14.** Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 3, differenciája 2. Összeadjuk a sorozat tagjait az 5. tagtól kezdve az 50. tagig.

- c) Számítsa ki ezt az összeget! 5p

**kmat\_2017okt/18.** Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt.

A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

- a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására?

A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a  $4 \cdot H - R + F$  képlettel történik, ahol  $H$  a helyes válaszok,  $R$  a rossz válaszok,  $F$  pedig a

kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

- b) Hány helyes választ adott Vera?

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt, ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

- c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem? 7+5+5p

#### Mértani sorozatok

**2005/05.10/ 8.** Egy mértani sorozat első tagja 8, hányadosa 0,5. Számítsa ki a sorozat ötödik tagját! (2 pont)



**2006/02/1.** Mennyi annak a mértani sorozatnak a hányadosa, amelynek harmadik tagja 5, hatodik tagja pedig 40? (2 pont)  
**2007/05/2.** Egy mértani sorozat második eleme 32, hatodik eleme 2. Mekkora a sorozat hányadosa? Írja le a megoldás menetét! (3 p)  
**2009/05/7.** Egy mértani sorozat első tagja  $-3$ , a hányadosa  $-2$ . Adja meg a sorozat ötödik tagját! Írja le a megoldás menetét! (3 pont)  
**2009/10/6.** Egy mértani sorozat első tagja  $-5$ , hányadosa  $-2$ . Számítsa ki a sorozat tizenegyedik tagját! Indokolja a választát! (2 pont)  
**2010/10/16. b)** Egy mértani sorozat első tagja ugyancsak  $-7$ , a negyedik tagja  $-189$ . Mekkora az  $n$ , ha az első  $n$  tag összege  $-68\ 887$ ?  
 8p

**2012maj/1.** Egy mértani sorozat első tagja 3, hányadosa  $(-2)$ . Adja meg a sorozat első hat tagjának összegét (2p)

**2013/maj/13/b)** Egy mértani sorozat első tagja 5, második és harmadik tagjának összege 10. Adja meg a sorozat első hét tagjának az összegét!

**kmatma/2014/9.** Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!

A) Ha egy mértani sorozat első tagja  $(-2)$  és harmadik tagja  $(-8)$ , akkor második tagja 4 vagy  $(-4)$ . 1p

**kmatma/2015/6.** Egy mértani sorozat első tagja 2, második tagja  $-6$ .

a) Határozza meg a sorozat hányadosát! b) Adja meg a sorozat negyedik tagját! 2p 5+7p

**kmatma/2015/15/c)** Adott az a mértani sorozat, melynek  $n$ -edik tagja:  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ . Számítsa ki a sorozat első 10 tagjának összegét! 4p

**kmat/2015/okt/2. 13.** Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $a$  és 18.

a) Határozza meg az  $a$  értékét és a sorozat differenciáját!

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $b$  és 18.

b) Határozza meg a  $b$  értékét és a sorozat hányadosát!

A 32;  $c$  és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá  $32 > c > 18$ .

c) Határozza meg a  $c$  értékét! 3+5+5p

**kmat/2016/05/15.** A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

a.) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál? 7p

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

b.) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott! 6p

**kmat\_2016/okt/14.** Andrea és Gabi közösen, de különböző edzés módszerrel készülnek egy futóversenyre. A felkészülés első hetében mindketten 15 km-t, a felkészülés tizenegyedik (11.) hetében pedig már mindketten 60 km-t futnak.

a.) Andrea hétről hétre ugyanannyi kilométerrel növeli a lefutott táv hosszát. Hány kilométerrel fut többet hétről hétre Andrea?

b.) Hány kilométert fut Andrea a 11 hét alatt összesen?

c.) Gabi hétről hétre ugyanannyi százalékkal növeli a lefutott táv hosszát. Hány százalékkal fut többet hétről hétre Gabi?

4+3+5p

**kmat/2016/05/8.** Egy számtani sorozat negyedik tagja 7, ötödik tagja  $-5$ . Határozza meg a sorozat első tagját!

Megoldását részletezze! 3p

**kmat\_2017\_maj/2.** Egy mértani sorozat második tagja 6, harmadik tagja  $-18$ . Adja meg a sorozat ötödik tagját! 2p

## Kamatszámítás

**2006/05/8.** Péter lekötött egy bankban 150 000 forintot egy évre, évi 4%-os kamatra. Mennyi pénzt vehet fel egy év elteltével, ha év közben nem változtatott a lekötésen? (2 pont)

**2008/05/17.** A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az A Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott? (3 pont)

A Nagy család a B Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

b) Hány százalékos volt a B Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel? (10 pont)

c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-

os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.) (4 pont)

**2010/05/17.** 2008-ban az előző évhez képest csökkent a gyártott autók száma, ekkor a világon összesen 48,8 millió új autó hagyta el a gyárakat. 2008-ban előrejelzés készült a következő 5 évre vonatkozóan. Eszerint 2013-ban 38 millió autót fognak gyártani. Az előrejelzés úgy számolt, hogy minden évben az előző évinek ugyanakkora százalékaival csökken a termelés.

- c) Hány százalékkal csökken az előrejelzés szerint az évenkénti termelés a 2008-at követő 5 év során? Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! (4 pont)
- d) Elfogadjuk az előrejelzés adatát, majd azt feltételezzük, hogy 2013 után évente 3%-kal csökken a gyártott autók száma. Melyik évben lesz így az abban az évben gyártott autók száma a 2013-ban gyártottaknak a 76%-a? (5 pont)

**2011/05/14.** Egy autó ára újonnan 2 millió 152 ezer forint, a megvásárlása után öt évvel ennek az autónak az értéke 900 ezer forint.

a) A megvásárolt autó tulajdonosának a vezetési biztonságát a vásárláskor 90 ponttal jellemezhetjük. Ez a vezetési biztonság évente az előző évinek 6 %-ával nő. Hány pontos lesz 5 év elteltével az autótulajdonos vezetési biztonsága? Válaszát egész pontra kerekítve adja meg! (4p)

b) Az első öt év során ennek az autónak az értéke minden évben az előző évi értékének ugyanannyi százalékaival csökken. Hány százalék ez az éves csökkenés? Válaszát egész százalékra kerekítve adja meg! (8p)

**2011/10/11.** A 2000 eurós tőke évi 6 %-os kamatos kamat mellett hány teljes év elteltével nőne 4024 euróra? Megoldását részletezze! (3 pont)

**kmatma/2013/17.** Kezdő vállalkozókat segítő cég kedvezményes feltételekkel ad bérbe helyiségeket.

Minden helyiséget 24 hónapra lehet bérbe venni. Az első havi bérleti díj 100 tallér, a 24. havi pedig 200 tallér. A bérlőnek (a második hónaptól kezdve) minden hónapban többet kell fizetni, mint az előzőben. Két változat közül választhatnak a bérlők. Az első változat szerint minden hónapban  $p$  %-kal kell többet fizetni, mint az előző hónapban, a második változat szerint minden hónapban  $d$  tallérral kell többet fizetni, mint az előző hónapban. Gábor az első, Péter a második változat szerinti feltétellel bérel egy-egy helyiséget. (A tallérnak a századrésze a váltópénz.)

a) Hány százalékkal nő hónapról hónapra Gábor bérleti díja? A választ századra kerekítve adja meg!

b) Hány tallérral nő havonta Péter bérleti díja? A választ századra kerekítve adja meg!

c) Gábor vagy Péter fizet több bérleti díjat a 24 hónap alatt? Mennyivel fizet többet az egyik, mint a másik?

d) Péternek hány százalékkal több bérleti díjat kell fizetnie a második évben, mint az elsőben? 5+3+6+3 p

**kmat\_2014/maj/6.** Egy termék árát az egyik hónapban 20%-kal, majd a következő hónapban újabb 20%-kal megemelték. A két áremelés együttesen hány százalékos áremelésnek felel meg? Válaszát indokolja! 3p

**kmat2015/maj/16.** Egy idén megjelent iparági előrejelzés szerint egy bizonyos alkatrész iránti kereslet az elkövetkező években emelkedni fog, minden évben az előző évi kereslet 6%-ával. (A kereslet az adott termékből várhatóan eladható mennyiséget jelenti.)

a) Várhatóan hány százalékkal lesz magasabb a kereslet 5 év múlva, mint idén?

Az előrejelzés szerint ugyanezen alkatrész ára az elkövetkező években csökkenni fog, minden évben az előző évi ár 6%-ával.

b) Várhatóan hány év múlva lesz az alkatrész ára az ideai ár 65%-a?

Egy cég az előrejelzésben szereplő alkatrész eladásából szerzi meg bevételeit. A cég vezetői az elkövetkező évek bevételének tervezésénél abból indulnak ki, hogy a fentiek szerint a kereslet évente 6%-kal növekszik, az ár pedig évente 6%-kal csökken.

c) Várhatóan hány százalékkal lesz alacsonyabb az éves bevétel 8 év múlva, mint idén? 3+5+5p