MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉPSZINT

Kombinatorika

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) A szóbeli érettségi vizsgán az osztály 22 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek.
   a) Hányféleképpen lehet a 22 tanulóból véletlenszerűen kiválasztani az első csoportba tartozókat? (2 pont)

   Először mindenki történelemből felel.

   b) Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák? (2 pont)

2) Egy iskolának mind az öt érettségiző osztálya 1-1 táncot mutat be a szalagavató bálon. Az A osztály palotást táncol, ezzel indul a műsor. A többi tánc sorrendjét sorsolással döntik el. Hányféle sorrend alakulhat ki? Válaszát indokolja! (3 pont)

3) Hány különböző háromjegyű pozitív szám képezhető a 0, 6, 7 számjegyek felhasználásával? (2 pont)

4) Egy szellemi vetélkedő döntőjébe 20 versenyzőt hívnak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat kapnak.
   a) Az öt rangsorolt versenyző mindegyike ugyanarra a színházi előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak? (4 pont)
   b) A dobogósok három különböző értékű könyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás? (4 pont)
   c) Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmul öt különböző verseskötetet? (3 pont)
   d) Kis Anna a döntő egyik résztvevője. Ha feltesszük, hogy a résztvevők egyenlő eséllyel versenyeznek, mekkora a valószínűsége, hogy Kis Anna eléri a három dobogós hely egyikét, illetve hogy az öt rangsorolt személy egyike lesz? (6 pont)

5) Egy négytagú társaság e-mail kapcsolatban van egymással. Bármelyikük egy-egy társának legfeljebb egy levelet ír hetente. Válassza ki a felsorolt lehetőségek közül, hogy maximum hány levelet írhatott összesen egymásnak a társaság 4 tagja 1 hét alatt? Válaszát indokolja!
   a) $4 \cdot 4 = 16$
   b) $4 \cdot 3 = 12$
   c) $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ (3 pont)

6) Egy televíziós játékban 5 kérdést tehet fel a játékvezető. A játék során a versenyző, ha az első kérdésre jól válaszol, 40 000 forintot nyer. Minden további kérdés esetén döntenie kell, hogy a játékban addig megszerzett pénzének 50, 75 vagy 100 százalékát teszi-e fel. Ha jól válaszol, feltett pénzének kétszeresét kapja vissza, ha hibázik, abba kell hagynia a játékot, és a fel nem tett pénzét viheti haza.
   a) Mennyi pénzt visz haza az a játékos, aki mind az öt feltett kérdésre jól válaszol, s bátran kockáztatva mindig a legnagyobb tétet teszi meg?(4 pont)
   b) Az a játékos, aki mindig helyesen válaszol, de óvatos, és a négy utolsó fordulóban pénzének csak 50%-át teszi fel, hány forintot visz haza?(4 pont)
   c) A vetélkedő során az egyik versenyző az első négy kérdésre jól válaszolt. A második kérdésnél a pénzének 100 %-át, a 3., 4. és 5. kérdés esetén pénzének 75 %-át tette fel. Az 5. kérdésre sajnos rosszul válaszolt. Hány forintot vihetett haza ez a játékos? (5 pont)
   d) Egy versenyző mind az 5 fordulóban jól válaszol, és közben minden fordulóban azonos eséllyel teszi meg a játékban megengedett lehetőségek valamelyikét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az elnyerhető maximális pénzt viheti haza? (4 pont)

7) Októberben az iskolában hat osztály nevezett be a focibajnokságra egy-egy csapattal. Hány mérkőzést kell lejátszani, ha mindenki mindenkivel játszik, és szerveznek visszavágókat is? (3 pont)

8) A piacon az egyik zöldségespultnál hétféle gyümölcs kapható. Kati ezekből háromfélét vesz, mindegyikből 1-1 kilót. Hányféle összeállításban választhat Kati? (A választ egyetlen számmal adja meg!) (2 pont)

9) A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andráson kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.
   a) Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket! (4 pont)
   b) Hány mérkőzés van még hátra? (3 pont)
   c) Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez? (5 pont)

10) Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek? (2 pont)

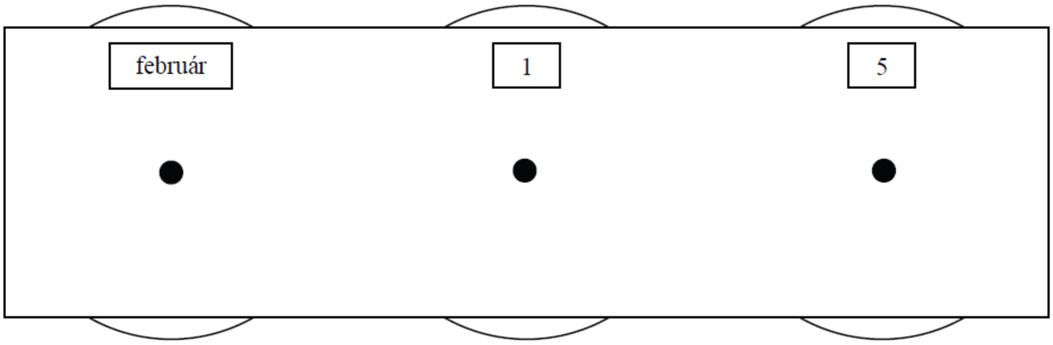
11) Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába? (6 pont)

A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3, ...8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

b) Összesen hány „dátum” forgatható ki? (3 pont)

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév. (3 pont)



12) Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkivel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt? (2 pont)

13) A 9.B osztály létszáma 32 fő. Közülük először egy osztálytitkárt, majd egy titkárhelyettest választanak. Hányféleképpen alakulhat a választás kimenetele? (2 pont)

14) Ha az eredetileg $I_0 \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugár x mm $(x \geq 0)$ mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása $I(x) = I_0 \cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}} \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ lesz. Ezt az anyagot $I_0 = 800 \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!) (3 pont)

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x) \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800						

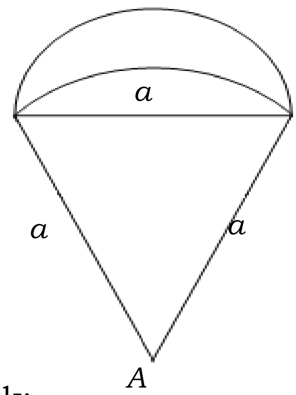
b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték (I_0) 15 %-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!) (6 pont)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfénnyel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel? (8 pont)

15) Annának kedden 5 órája van, mégpedig matematika (M), német (N), testnevelés (T), angol (A) és biológia (B). Tudjuk, hogy a matematikaórát testnevelés követi, és az utolsó óra német. Írja le Anna keddi órarendjének összes lehetőségét! (2 pont)

16) Az ábrán egy ejtőernyős klub kitűzője látható. (Az egyik körív középpontja a szabályos háromszög A csúcsa, a másik körív középpontja az A csúccsal szemközti oldal felezőpontja.)

Ezt a lapot fogják tartományonként színesre festeni.



a) Számítsa ki egyenként mindhárom tartomány területét, ha $a = 2{,}5$ cm! Számításait legalább két tizedesjegy pontossággal végezze, és az így kapott zeredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!(6 pont)

b) Hányféle módon festhető színesre a kitűző, ha minden tartományt a piros, sárga, zöld és kék színek valamelyikére festenek a következő két feltétel együttes figyelembe vételével:
(1) szomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek;
(2) piros és sárga színű tartomány nem lehet egymás mellett. (11 pont)
(Szomszédos tartományoknak van közös határvonala.)

17) András, Balázs, Cili, Dóra és Enikő elhatározták, hogy sorsolással döntenek arról, hogy közülük ki kinek készít ajándékot. Úgy tervezték, hogy a neveket ráírják egy-egy papír cetlire, majd a lefelé fordított öt cédulát összekeverik, végül egy sorban egymás mellé leteszik azokat az asztalra. Ezután, keresztnevük szerinti névsorban haladva egymás után vesznek el egy-egy cédulát úgy, hogy a soron következő mindig a bal szélső cédulát veszi el.

a) Mennyi a valószínűsége, hogy az elsőnek húzó Andrásnak a saját neve jut? (5 pont)

b) Írja be az alábbi táblázatba az összes olyan sorsolás eredményét, amelyben csak Enikőnek jut a saját neve! A táblázat egyes soraiban az asztalon lévő cédulák megfelelő sorrendjét adja meg!
(A megadott táblázat sorainak a száma lehet több, kevesebb vagy ugyanannyi, mint a felsorolandó esetek száma. Ennek megfelelően hagyja üresen a felesleges mezőket, vagy egészítse ki újabb mezőkkel a táblázatot, ha szükséges!) (6 pont)

	A húzó neve				
	A	B	C	D	E
A cédulák megfelelő sorrendjei					E
					E
					E
					E
					E
					E

c) Az ajándékok átadása után mind az öten moziba mentek, és a nézőtéren egymás mellett foglaltak helyet. Hány különböző módon kerülhetett erre sor, ha tudjuk, hogy a két fiú nem ült egymás mellett? (6 pont)

18)

a) Hány olyan négy különböző számjegyből álló négyjegyű számot tudunk készíteni, amelynek mindegyik számjegye eleme az $\{1;2;3;4;5;6;7\}$ halmaznak? (3 pont)

b) Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből? (6 pont)

c) Hány olyan hatjegyű, hárommal osztható szám írható fel, amely csak az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyeket tartalmazza, és e számjegyek mindegyike legalább egyszer előfordul benne? (8 pont)

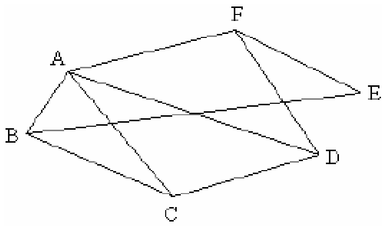
19) Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis! (2 pont)

a) Hét tanulóból négyet ugyanannyiféleképpen lehet kiválasztani, mint hármat, ha a ki¬választás sorrendjétől mindkét esetben eltekintünk.

b) Van olyan x valós szám, amelyre igaz, hogy $\sqrt{x^2} = -x$

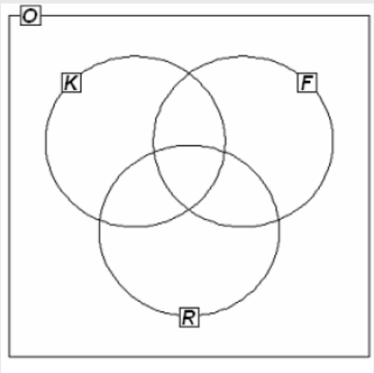
20) Egy futóverseny döntőjébe hat versenyző jutott, jelöljük őket A, B, C, D, E és F betűvel. A cél előtt pár méterrel már látható, hogy C biztosan utolsó lesz, továbbá az is biztos, hogy B és D osztozik majd az első két helyen. Hányféleképpen alakulhat a hat versenyző sorrendje a célban, ha nincs holtverseny? Válaszát indokolja! (3 pont)

21) Egy osztályban a következő háromféle sportkört hirdették meg: kosárlabda, foci és röplabda. Az osztály 30 tanulója közül kosárlabdára 14, focira 19, röplabdára 14 tanuló jelentkezett. Ketten egyik sportra sem jelentkeztek. Három gyerek kosárlabdázik és focizik, de nem röplabdázik, hatan fociznak és röplabdáznak, de nem kosaraznak, ketten pedig kosárlabdáznak és röplabdáznak, de nem fociznak. Négyen mind a háromféle sportot űzik.



2. ábra

a) Írja be a megadott halmazábrába (1. ábra) a szövegnek megfelelő számokat! (4 pont)



1. ábra

b) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását!
A focira jelentkezett tanulók közül mindenkinek van testvére. (2 pont)

c) A focira jelentkezett 19 tanulóból öten vehetnek részt egy edzőtáborban. Igazolja, hogy több, mint 10 000-féleképpen lehet kiválasztani az öt tanulót! (3 pont)

d) Az iskolák közötti labdarúgóbajnokságra jelentkezett 6 csapat között lejátszott mérkőzéseket szemlélteti a 2. ábra. Hány mérkőzés van még hátra, ha minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszik a bajnokságban? (Válaszát indokolja!) (3 pont)

22) Anna, Béla, Cili és Dénes színházba megy. Jegyük a baloldal 10. sor 1., 2., 3., 4. helyére szól.

a) Hányféle sorrendben tudnak leülni a négy helyre? (2 pont)

b) Hányféleképpen tudnak leülni a négy helyre úgy, hogy Anna és Béla egymás mellé kerüljenek? (3 pont)

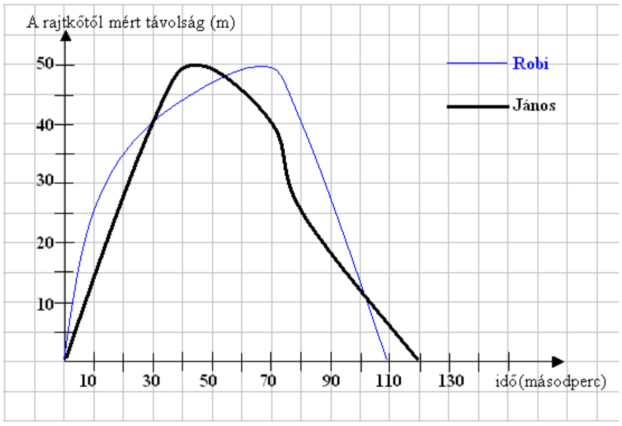
c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Anna és Béla jegye egymás mellé szól, ha a fenti négy jegyet véletlenszerűen osztjuk ki közöttük? (4 pont)

A színház 1200 személyes. A szombati előadásra az összes jegy elkelt. Az eladott jegyek 40%-a 800 Ft-os, 25%-a 1000 Ft-os, 20%-a 1200 Ft-os, 15%-a 1500 Ft-os jegy volt.

d) Ábrázolja kördiagramon az eladott jegyek jegyárak szerinti százalékos megoszlását! (3 pont)

e) Számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe kerül egy színházjegy! (5 pont)

23) Egy sportuszoda 50 méteres medencéjében egy edzés végén úszóversenyt rendeztek. A versenyt figyelve az edző a következő grafikont rajzolta két tanítványának, Robinak és Jánosnak az úszásáról.



Olvassa le a grafikonról, hogy

a) mennyi volt a legnagyobb távolság a két fiú között a verseny során (1 pont)

b) mikor előzte meg János Robit (2 pont)

c) melyikük volt gyorsabb a 35. másodpercben! (2 pont)

A 4*100-as gyorsváltó házi versenyén a döntőbe a Delfinek, a Halak, a Vidrák és a Cápák csapata került.

d) Hányféle sorrend lehetséges közöttük, ha azt biztosan tudjuk, hogy nem a Delfinek csapata lesz a negyedik? (3 pont)

e) A verseny után kiderült, hogy az élen kettős holtverseny alakult ki, és a Delfinek valóban nem lettek az utolsók. Feltéve, hogy valakinek csak ezek az információk jutottak a tudomására, akkor ennek megfelelően hányféle eredménylistát állíthatott össze? (4 pont)

24)

a) Egy memóriajáték 30 olyan egyforma méretű lapból áll, melyek egyik oldalán egy-egy egész szám áll az 1, 2, 3, … 14, 15 számok közül. Mindegyik szám pontosan két lapon szerepel. A lapok másik oldala (a hátoldala) teljesen azonos mintázatú. A 30 lapot összekeverjük. A játék kezdetén a lapokat az asztalra helyezzük egymás mellé, hátoldalukkal felfelé fordítva, így a számok nem látszanak. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a játék kezdetén két lapot véletlenszerűen kiválasztva a lapokon álló számok megegyeznek! (5 pont)

b) Egy dominókészlet azonos méretű kövekből áll. Minden dominókő egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma kő nem lehet egy készletben. Az ábrán két kő látható: a 4-4-es és a 0-5-ös (vagy 5-0-ás). Hány kőből áll egy dominókészlet? (6 pont)

c) A „Ki nevet a végén?” nevű társasjátékban egy játékos akkor indulhat el a pályán, amikor egy szabályos dobókockával 6-ost dob. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy valaki pontosan a harmadik dobására indulhat el a pályán! (6 pont)

25) A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.

a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyi-szorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben $1{,}5\ \text{m}^2$-en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a $27\ \text{m}^2$-es tavat. Számítsa ki, hogy naponta hányszorosára növekedett az algás terület! (4 pont)

Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.

b) Hány m^2 területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében? (8 pont)

A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízsugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízsugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga. Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízsugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízsugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-sárga-kék).

c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha vízsugaraknak csak a színe változik? (5 pont)

26) András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Például ha András a 4-est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.

a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait? (2 pont)

A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait! (3 pont)

A harmadik mérkőzés hat csatája előtt András elhatározta, hogy az első csatában a 2-es, a másodikban a 3-as számkártyát teszi majd le, Péter pedig úgy döntött, hogy ő véletlenszerűen játssza ki a lapjait (alaposan megkeveri a hat kártyát, és mindig a felül lévőt küldi csatába).

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első két csatát Péter nyeri meg! (6 pont)

A negyedik mérkőzés előtt mindketten úgy döntöttek, hogy az egész mérkőzés során véletlenszerűen játsszák majd ki a lapjaikat. Az első három csata után Andrásnál a 3, 4, 6 számkártyák maradtak, Péternél pedig az 1, 5, 6 számkártyák.

d) Adja meg annak a valószínűségét, hogy András az utolsó három csatából pontosan kettőt nyer meg! (6 pont)

27) A biliárdjáték megkezdésekor az asztalon 15 darab azonos méretű, színezésű biliárdgolyót helyezünk el háromszög alakban úgy, hogy az első sorban 5 golyó legyen, a másodikban 4, a következőkben pedig 3, 2, illetve 1 golyó. (A golyók elhelyezésére vonatkozó egyéb szabályoktól tekintsünk el.)

a) Hányféleképpen lehet kiválasztani a 15-ből azt az 5 golyót, amelyet majd az első sorban helyezünk el? (Az 5 golyó sorrendjét nem vesszük figyelembe.) (3 pont)

b) Hányféle különböző módon lehet az első két sort kirakni, ha a 9 golyó sorrendjét is figyelembe vesszük? (3 pont)

Egy biliárdasztal játékterülete téglalap alakú, mérete 194 cm × 97 cm. A játékterület középpontja felett 85 cm-rel egy olyan (pontszerűnek tekinthető) lámpa van, amely fénykúpjának a nyílásszöge 100°.

c) Számítással állapítsa meg, hogy a lámpa megvilágítja-e a játékterület minden pontját! (11 pont)

28) A biológiaérettségi egyik tesztkérdésénél a megadott öt válaszlehetőség közül a két jót kell megjelölni.

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az öt lehetőség közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva a két jó választ találjuk el! (3 pont)

Nóri, Judit és Gergő egy 58 kérdésből álló biológiateszttel mérik fel tudásukat az érettségi előtt. A kitöltés után, a helyes válaszokat megnézve az derült ki, hogy Nóri 32, Judit 38 kérdést válaszolt meg helyesen, és 21 olyan kérdés volt, amelyre mindketten jó választ adtak. Megállapították azt is, hogy 11 kérdésre mindhárman helyesen válaszoltak, és Gergő helyesen megoldott feladati közül 17-et Nóri is, 19-et Judit is jól oldott meg. Volt viszont 4 olyan kérdés, amelyet egyikük sem tudott jól megválaszolni.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kérdést véletlenszerűen kiválasztva, arra Gergő helyes választ adott! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (8 pont)

Nóri a biológia és kémia szóbeli érettségire készül. Biológiából 28, kémiából 30 tételt kell megtanulnia. Az első napra mindkét tárgyból 3-3 tételt szeretne kiválasztani, majd a kiválasztott tételeket sorba állítani úgy, hogy a két tantárgy tételei felváltva kövessék egymást.

c) Számítsa ki, hányféleképpen állíthatja össze Nóri az első napra szóló tanulási programját! (6 pont)

29) H

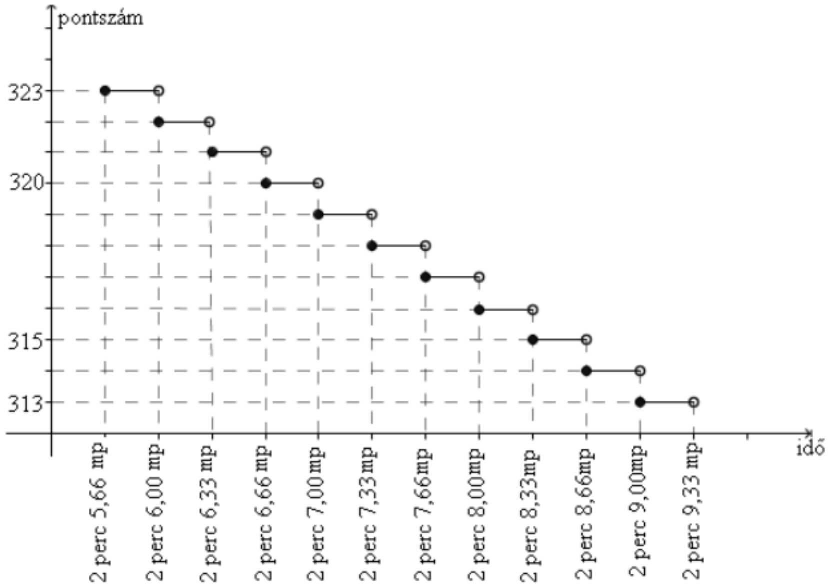
ány kételemű részhalmaza van a $\{2;3;5;7;11\}$ halmaznak? (2 pont)

30) Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyiszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 veresége volt? (3 pont)

b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett? (3 pont)

Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményeként járó pontszámot mutatja a grafikon.



c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!
Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc? (2 pont)

A: 320
B: 321
C:322
D: 323

Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!

A: 2 perc 7,00 mp
B: 2 perc 7,60 mp
C: 2 perc 7,80 mp
D: 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugrania. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: A, B vagy C típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab A, majd a négy darab B, végül a három darab C típusú akadályokon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

d) Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt! (4 pont)

32) Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek t száma az elkövetkezendő években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul: $t(x) = 3600 \cdot 0{,}854^{x}$, ahol x a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest! (4 pont)
b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?

(4 pont)

Egy állatkert a tigrisek fennmaradása érdekében tenyésztő programba kezd. Beszereznek 4 hím és 5 nőstény kölyöktigrist, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

(I) háromnál kevesebb tigris egyik kifutóban sem lehet;
(II) a nagyobb kifutóba több tigris kerül, mint a kisebbikbe;
(III) mindkét kifutóban hím és nőstény tigrist is el kell helyezni;
(IV) egyik kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény tigris.

c) Hányféleképpen helyezhetik el a 9 tigrist a két kifutóban?

(8 pont)

(A tigriseket megkülönböztetjük egymástól, és két elhelyezést eltérőnek tekintünk, ha van olyan tigris, amelyik az egyik elhelyezésben más kifutóban van, mint a másik helyezésben.)

33) Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelynek minden számjegye különböző? (2 pont)

34) Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle $6cm$, oldaléle $5cm$ hosszúságú. Egy szaküzletben $11cm$ oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)

a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy $11cm$ oldalú, kocka alakú tömbből? (6 pont)

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnek, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni? (Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgással nem vihetők egymásba.) (6 pont)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de a meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég, Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg! (5 pont)