

**RÉSZLETES ÉRETTSÉGI VIZSGAKÖVETELMÉNY
ÉS VIZSGALEÍRÁS**

MATEMATIKA

Munkaanyag

**Kiss Árpád Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény
Vizsgafejlesztő Központ**

2001. szeptember

Közreműködtek:

Frigyesi Miklós, középiskolai tanár
Kepecs Gáborné, középiskolai tanár
Lukács Judit, tudományos munkatárs
Vancsó Ödön, egyetemi adjunktus
Zilahi Istvánné, középiskolai tanár

Szerkesztette:

Lukács Judit, tudományos munkatárs, Kiss Árpád Országos
Közoktatási Szolgáltató Intézmény, Budapest

Tartalom

BEVEZETÉS

- A matematikaoktatás célja, szerepe
- A matematika érettségi célja
- A vizsgaírás kidolgozásának alapjai
- A vizsgaírás felépítése

RÉSZLETES VIZSGAKÖVETELMÉNYEK

- A részletes követelményrendszer felépítése
- A részletes követelményrendszer használata
- Az egyes témakörök fejlesztési követelményei
 - Halmazok, logika, kombinatorika, gráfok
 - Aritmetika, algebra, számelmélet
 - Függvények, az analízis elemei
 - Geometria, koordináta geometria, trigonometria
 - Valószínűség számítás, statisztika

Vizsgakövetelmények

1. Halmazok, logika, kombinatorika, gráfok
 - 1.1 Halmazok
 - 1.1.1 Halmazműveletek
 - 1.1.2 Számosság, részhalmazok
 - 1.2 Matematikai logika
 - 1.2.1 Fogalmak és bizonyítások a matematikában
 - 1.3 Kombinatorika
 - 1.4 Gráfok
2. Aritmetika, algebra, számelmélet
 - 2.1 Alapműveletek
 - 2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek
 - 2.2.1 Oszthatósági szabályok
 - 2.2.2 Számrendszerek
 - 2.3 Racionális és irracionális számok
 - 2.4 Valós számok
 - 2.5 Hatvány, gyök, logaritmus
 - 2.6 Betűkifejezések
 - 2.6.1 Nevezetes azonosságok
 - 2.7 Egyenes és fordított arányosság
 - 2.7.1 Százalékszámítás
 - 2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek
 - 2.8.1 Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek
 - 2.8.2 Nem algebrai egyenletek
 - 2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek
 - 2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek

- 3. Függvények, az analízis elemei
 - 3.1 A függvény
 - 3.2 Egyváltozós valós függvények
 - 3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk
 - 3.2.2 A függvény jellemzése
 - 3.3 Sorozatok
 - 3.3.1 Számtani és mértani sorozatok
 - 3.3.2 Végtelen mértani sor
 - 3.3.3 Kamatos kamat, diszkontálás
 - 3.4 Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei
 - 3.4.1 Határérték, folytonosság
 - 3.4.2 Differenciálszámítás
 - 3.4.3 Integrálszámítás
- 4. Geometria, koordinátageometria, trigonometria
 - 4.1 Elemi geometria
 - 4.1.1 Tételek
 - 4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok
 - 4.2 Geometriai transzformációk
 - 4.2.1 Egybevágósági transzformációk
 - 4.2.2 Hasonlósági transzformációk
 - 4.2.3 Egyéb transzformációk
 - 4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok
 - 4.3.1 Síkbeli alakzatok
 - 4.3.2 Térbeli alakzatok
 - 4.4 Vektorok síkban és térben
 - 4.5 Trigonometria
 - 4.6 Koordinátageometria
 - 4.6.1 Pontok, vektorok
 - 4.6.2 Egyenes, sík
 - 4.6.3 Kör
 - 4.6.4 Parabola
 - 4.7 Kerület, terület
 - 4.8 Felszín, térfogat
- 5. Valószínűségszámítás, statisztika
 - 5.1 Leíró statisztika
 - 5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai
 - 5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, adattömörítés
 - 5.1.3 Átlagtól való eltérés mértéke
 - 5.1.4 Kapcsolat az adathalmaz eloszlása, számtani közepe és szórása között
 - 5.2 Valószínűségszámítás és a matematikai statisztika elemei
 - 5.2.1 Véletlen jelenségek jellemzése, valószínűség
 - 5.2.2 A sokaság paraméterének ismeretében a minta relatív gyakoriságának becslése
 - 5.2.3 A hipotézisvizsgálat elemei

KÖZÉPSZINTŰ VIZSGA

A vizsga célja

A vizsga szerkezete

Írásbeli vizsga

Az írásbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A feladatsor szerkezete

A feladatsor javítása

Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A szóbeli vizsga felépítése

Értékelés

Értékelés

EMELT SZINTŰ VIZSGA

A vizsga célja

A vizsga szerkezete

Írásbeli vizsga

Az írásbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A feladatsor szerkezete

A feladatsor javítása

Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A szóbeli vizsga felépítése

Értékelés

Értékelés

MELLÉKLET

BEVEZETÉS

A matematikaoktatás célja, szerepe

A matematika tanításának és tanulásának fő célja a matematikai gondolkodásmód kialakítása, fogalmak alkotása és a megalkotott fogalmak közötti kapcsolatok felfedezése, tételek levezetésén keresztül.

A matematika fejlődését alapvetően két dolog serkentette: egyrészt belső, a matematikán belül felvetett problémák, másrészt olyan gyakorlati kérdések, amelyekre a választ a matematika segítségével próbálták megtalálni. Bizonyos matematikai fejezetek kifejlődését gyakorlati célok is gyorsították (valószínűségszámítás); más esetekben pedig a matematika belső fejlődése olyan matematikai apparátus kialakulásához vezetett, amelyről később kiderült, hogy más tudományokban, illetve a gyakorlati életben fontos problémák megoldásánál jól használható (pl. nem euklideszi geometriák).

Matematikaoktatásunk célja ennek megfelelően kettős. Egyrészt be kell mutatni a matematikát mint *az emberi gondolkodás vívmányát*, mint esztétikailag is szép és értékes, állandóan fejlődő gondolati **rendszert**, másrészt nyilvánvalóvá kell tenni a *gyakorlati hasznosságát*; tanítani kell mint **eszközt**. Természetesen ez a két dolog összefonódik, s az alábbiakban meghatározandó részletes oktatási célok nem sorolhatók kizárólagosan az egyik vagy a másik kategóriába.

- A *logikus gondolkodás* kialakítása. A matematika deduktív jellegének, felépítésének megértése (alapfogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), a pontos fogalomalkotás jelentőségének felismertetése. *Az absztrakciós képesség* fejlesztése.
- A kombinatív készség, az ötletesség, a *kreativitás* fejlesztése célszerű, új fogalmak alkotásával, összefüggések felfedeztetésével, az ismeretanyag feladatokban való alkalmazásával.
- A szimbólumok megértése és megfelelő alkalmazása. *A mindennapi problémák matematikai megfogalmazása, értelmezése* képességének kialakítása. *A matematikai nyelv szabatos* használatának elsajátítása.
- A mindennapi életben használatos *számolási technikák* elsajátítása. A számológép, illetve a számítógép helyes és kritikus használata.
- *Adatok és összefüggések kezelésével* kapcsolatos ismeretek nyújtása.
- *Matematikai modellekben* való gondolkodás kialakítása és fejlesztése.
- *A térszemlélet fejlesztése*, tér- és síkbeli alakzatok metrikus viszonyainak ismerete és alkalmazása.

Az érettségi általános követelményei az oktatási célokból következnek.

- A tanuló tudjon logikusan gondolkodni, rendelkezzen matematikai probléma- és feladatmegoldó képességgel.
- Legyen képes a tanult ismereteket és elsajátított képességeket más tantárgyak feladatainak, valamint a hétköznapi élet problémáinak megoldása során alkotó módon alkalmazni.
- Tudjon állításokat, eljárásokat, egyszerűbb gondolatmenetű bizonyításokat szabatosan megfogalmazni, áttekinthető formában leírni (emelt szinten szóban is összefoglalni), ügyelve közben a szaknyelv pontos használatára.
- Legyen képes az alpműveletek, a százalékszámítás és a mértékegységek használatára, rendelkezék biztos becslési képességgel. Tudja használni a számológépet.

- Legyen képes statisztikai gondolatok megértésére, intelligens felhasználására, a függvény vagy függvényszerű kapcsolatok felismerésére és értékelésére. Tudja szakszerűen használni a képleteket, a táblázatokat.
- Gondolatmenetében érthetően, világosan alkalmazza a matematikai modellalkotás egyes lépéseit. (Probléma megfogalmazása, matematikai formába öntése; összefüggések keresése, az eredmények matematikai módszerekkel történő kiszámítása, igazolása, értelmezése; matematikai kijelentések konkrét összefüggésben való interpretálása; egy gondolatmenet vagy számolás eredményének, egy eljárás alkalmasságának kritikus megítélése, ezek pontos megfogalmazása.)

A matematika érettségi célja

A matematika érettségi vizsga célja annak vizsgálata, hogy a vizsgázó

- tud-e logikusan gondolkodni, rendelkezik-e megfelelő matematikai probléma- és feladatmegoldó, valamint absztrakciós, analízáló és szintetizáló képességgel;
- tud-e állításokat, egyszerűbb gondolatmenetű bizonyításokat szabatosan megfogalmazni, áttekinthető formában leírni;
- elsajátította-e a mindennapi életben használatos számolási technikákat, rendelkezik-e biztos becslési készséggel, az önellenőrzés igényével;
- képes-e statisztikai gondolatok megértésére, intelligens felhasználására, a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatok felismerésére és értékelésére;
- képes-e a leírt síkbeli és térbeli szituációk elképzelésére, tud-e ezekhez ábrát készíteni, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, számolni;
- képes-e a tanult ismereteket más tantárgyakhoz kapcsolódó feladatokban alkotó módon alkalmazni;
- képes-e hétköznapi szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni;
- képes-e a különböző matematikai segédeszközök (függvénytáblázat, zsebszámológép) célszerű alkalmazására; a mindenkori tárgyi feltételek függvényében, azokkal szinkronban, a matematikai eszközökkel való problémamegoldásban a programozható számológép, a grafikus kalkulátor és a számítógép használata fokozatosan követelménnyé válhat.

Az ismeretek legnagyobb része a középszinten és az emelt szinten egyaránt megjelenik. Ezen ismeretek feldolgozásában az igényesebb felépítés, az összetettebb alkalmazás, nehezebb feladatok jellemzik az emelt szintet. A követelmények leírásában gyakran szereplő „szemléletes” jelző azt fejezi ki, hogy az adott fogalom matematikailag precíz ismerete nem követelmény. A matematika tanításában csak spirálisan lehet haladni, s így több téma, pl. az analízis – a felkészülésre fordítható idő alatt – a középiskolai tanulmányok végére is többnyire csak szemléletes formában tanítható meg, s csak bizonyos alkalmazásokat tesz lehetővé.

A vizsgaleírás kidolgozásának alapjai

A matematika kötelező érettségi tantárgy közép- vagy emelt szinten. Középszinten írásbeli, emelt szinten írásbeli és szóbeli vizsgát kell tenniük a vizsgázóknak. A középszinten az írásbeli vizsga elégtelen eredménye esetén szóbeli vizsga tehető.

Az érettségi követelmények matematikából olyan – csak a matematika által közvetíthető – ismereteket és képességeket tartalmaznak, amelyek a világ megértéséhez, valamint más tudományok elsajátításához szükségesek.

A követelmények megfogalmazásában a Nemzeti alaptanterv, a kerettanterv, a matematika érettségi vizsga általános követelményei az irányadók.

A vizsgaleírás kidolgozásakor igyekeztünk megőrizni a magyar matematikaoktatás nemzetközileg is elismert értékes hagyományait, ugyanakkor figyelmet fordítottunk az európai matematikaoktatási trendekre, hogy a hazai érettségi követelményrendszere összhangban legyen az Európában a legutóbbi időkben kialakult modernizációs törekvésekkel.

A vizsgaleírás felépítése

A vizsgaleírás első része a részletes követelményeket tartalmazza közép- és emelt szinten. A táblázatos kifejtésben a középszintű követelmények mellett az emelt szinten csak a középszintet meghaladó követelmények találhatók.

A második rész tartalmazza a vizsga leírását közép- és emelt szinten. Mindkét szinten megtalálható az egyes vizsgarészek (írásbeli, szóbeli) részletes leírása, az értékelés szempontjai, a vizsgarészek egymáshoz való viszonya.

A mellékletek tartalmazzák a minta feladatsorokat és azok részletes megoldási és javítási útmutatóját.

RÉSZLETES VIZSGAKÖVETELMÉNYEK

A részletes követelményrendszer felépítése

Az érettségi követelményeit két szinten határozzuk meg:

középszinten a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit kell megkövetelni, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti;

az *emelt szint* tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően – mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik – az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatóak.

A részletes követelményrendszer használata

- A *középszintű* követelmények meghatározásakor nem jelezzük, hogy a tanulóknak mely tételek bizonyítását kell elsajátítani. Ez nem jelenti azonban azt, hogy középszinten ne lenne szükség bizonyítások tanítására és számonkérésére, de ezek kiválasztását és mennyiségi meghatározását a helyi viszonyok alapján a tanárookra bizzuk. A szóbeli vizsgára való felkészülés céljából azonban az emelt szintű követelmények között megjelöljük azokat a tételeket, amelyek bizonyítását a jelöltektől elvárjuk.
- A középszint követelményei között szerepelnek *dőlt betűs* részek. Ezek a középszint minimális (elégéses) szintű követelményeit jelzik. A képletek esetében szükséges volt aláhúzással kiemelni a minimális teljesítményt, mivel a képletek mindegyike dőlt betűvel szerepel.

Az egyes témakörök fejlesztési követelményei

Halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

- Legyen képes a tanuló kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, igazságtartalmát megállapítani.
- Tegyen különbséget a matematikai és a mindennapi nyelv között.
- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.
- Sajátítsa el a kombinatorikus gondolkodás alapjait, legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Ismerje meg a gráfok sokoldalú felhasználhatóságának és jelentőségének néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.
- *Emelt szinten* ismerje meg a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.
- *Emelt szinten* tudjon arról, hogy többféle végtelen számosság létezik.

Aritmetika, algebra, számelmélet

- Legyen képes a tanuló betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.
- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).
- Legyen képes adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket.
- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.

Függvények, az analízis elemei

- Legyen képes a tanuló a körülötte levő világ összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására, s tudja az így kapott eredményeket értelmezni.
- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, elemezze a halmazok közötti kapcsolatokat.
- Lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a természetes számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.
- *Az emelt szinten* érettségiző diákok ismerjék az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szükségük lehet. Ezek segítségével tudjanak függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

Geometria, koordinátageometria, trigonometria

- Tudjon síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot – alkalmas síkmetszetekkel – két dimenzióban vizsgálni.
- Vegye észre a szimmetriákat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.
- Tudjon a számításokhoz, bizonyításokhoz megfelelő ábrát készíteni.
- Tudjon mérni és számolni hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.
- Tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítás, szerkesztés és számolás gondolatmenetét.
- Ismerje a geometria szerepét bizonyos műszaki és képzőművészeti alkotásokban.

Valószínűségszámítás, statisztika

- Ismerje a tanuló az adatgyűjtés lehetséges formáit, s az összegyűjtött adatokat tudja áttekinthetően szemléltetni.
- Legyen képes adatok tömörítésére középértékek használatával, s tudja ezek „jóságát” különböző szóródási mérőszámok segítségével mérni.
- Ismerje a véletlen esemény fogalmát, a valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolatát, tudjon egyszerű kombinatorikus esetekben valószínűséget számolni.
- *Emelt szinten* ismerje a mintából a sokaságra való következtetés gondolatmenetét.

Vizsgakövetelmények

1.

Halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

1.1 Halmazok

1.1.1 Halmazműveletek

1.1.2 Számosság, részhalmazok

1.2 Matematikai logika

1.2.1 Fogalmak és bizonyítások a matematikában

1.3 Kombinatorika

1.4 Gráfok

E témakört (különösen a halmazokat és a matematikai logikát) elsősorban nem önállóan számonkérhető ismeretanyagként kell elképzelni, hanem olyan szemléletformáló, a matematikaoktatás egészét átszövő módszerek, illetve eszközök összességéeként, amely szinte teljes egészében megjelenik minden további témakörben is.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
1.1 Halmazok	<p><i>Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát.</i></p> <p>Definiálja és alkalmazza <i>gyakorlati</i> és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: <i>halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.</i></p>	
1.1.1 Halmazműveletek	<p>Ismerje és alkalmazza <i>gyakorlati</i> és matematikai feladatokban a következő műveleteket: <i>egyesítés, metszet, különbség.</i></p> <p>Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.</p>	
1.1.2 Számosság, részhalmazok		<p>Határozza meg halmazok számosságát véges, illetve megszámlálhatóan végtelen esetben. Ismerjen példát nem megszámlálhatóan végtelen halmazra.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
1.2 Matematikai logika	<p><i>Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni.</i> Ismerje és alkalmazza megfelelően a kijelentés (állítás, ítélet) fogalmát. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza az állítás tagadása műveletet. Ismerje az „és”, „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel.</p> <p>Értse és használja helyesen az implikáció és az ekvivalencia fogalmakat. Használja helyesen a „minden”, „van olyan” kvantorokat.</p>	Alkalmazza tudatosan a nyelv logikai elemeit.
1.2.1 Fogalmak és bizonyítások a matematikában	<p>Tudja a bizonyítandó tételeket pontosan megfogalmazni. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a „szükséges” és „elégleges” feltételek fogalmakat. Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.</p>	Ismerje és alkalmazza tudatosan a középiskolában használt bizonyítási típusokat (skatulyaelv, direkt és indirekt bizonyítás).

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
1.3 Kombinatorika	<p><i>Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. (Permutációk, variációk, kombinációk.)</i></p> <p>Ismerje a binomiális együtthatókat.</p>	<p>Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a permutációk, variációk, kombinációk számának (ismétlés nélkül és ismétléssel) kiszámítását.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.</p>
1.4 Gráfok	<p>Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.</p>	<p>Definiálja a következő fogalmakat: pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa.</p> <p>Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma és a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.</p>

2.

Aritmetika, algebra, számelmélet

- 2.1 Alapműveletek
- 2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek
 - 2.2.1 Oszthatósági szabályok
 - 2.2.2 Számrendszerek
- 2.3 Racionális és irracionális számok
- 2.4 Valós számok
- 2.5 Hatvány, gyök, logaritmus
- 2.6 Betűkifejezések
 - 2.6.1 Nevezetes azonosságok
- 2.7 Egyenes és fordított arányosság
 - 2.7.1 Százalékszámítás
- 2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek
 - 2.8.1 Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek
 - 2.8.2 Nem algebrai egyenletek
 - 2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek
- 2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek

Az algebra tanításának egyik fő célja annak felfedeztetése és megértetése, hogy egymástól távol állónak tűnő problémák ugyanazon matematikai, algebrai struktúrával rendelkeznek, ezért megoldásuk során hasonló eljárásokat, gondolatmeneteket alkalmazhatunk, s leírásuk formálisan azonos módon történik. (Például különböző témakörökből vett másodfokú egyenletre vezető feladatok.)

Lényeges, hogy használjuk ki a számológép, illetve számítógép alkalmazásában rejlő lehetőségeket az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenség-rendszerek megoldásában.

Fontos a számolás során megismert műveleti szabályok absztrahálása, a formulákban való jártasság megszerzése, valamint meg kell mutatni a számfogalom bővítésének szükségességét és folyamatát. El kell juttatni a tanulókat a permanencia-elv fontosságának felismeréséhez.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
2.1 Alapműveletek	<p><i>Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is).</i></p> <p>Ismerje az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás). <i>Használja feladatokban a műveleti azonosságokat.</i></p>	
2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	<p><i>Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prím, összetett szám) és a legegyszerűbb oszthatósági összefüggéseket.</i></p> <p><i>Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni.</i></p> <p>Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímekeket.</p> <p>Tudja a számelmélet alaptételét alkalmazni feladatokban.</p>	<p>Tudja pontosan megfogalmazni a számelmélet alaptételét.</p>
2.2.1 Oszthatósági szabályok	<p><i>Ismerje a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 és 10 hatványaira vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.</i></p>	<p>Oszthatósági feladatok</p> <p>A diofantoszi egyenlet fogalma, egyszerűbbek megoldása</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
2.2.2 Számrendszerek	<i>Tudjon más számrendszerek létezéséről. Helyiértékes írásmód.</i>	Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú számrendszerbe és viszont.
2.3 Racionális és irracionális számok	<i>Ismerje és tudja definiálni a racionális és irracionális szám fogalmát. Tudja eldönteni, hogy \sqrt{n} ($n \in \mathbb{N}$) mikor racionális, mikor irracionális szám.</i>	Tudjon szakaszos tizedestörtet felírni két egész szám hányadosaként. Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám.
2.4 Valós számok	<i>Ismerje a számkör bővítésének elvét. Ismerje a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Tudja az abszolútérték definícióját, és tudja konkrét számok abszolútértékét megállapítani. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.</i>	Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
2.5 Hatvány, gyök, logaritmus	<p><i>Ismerje a pozitív egész kitevőjű hatvány fogalmát. Ismerje a permanencia-elvet. A hatványozás értelmezése (egész) racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait.</i></p> <p><i>Definiálja és használja a \sqrt{a}, illetve az $\sqrt[n]{a}$ fogalmát (konkrét n és a mellett). Tudjon egyszerű számolásokat elvégezni négyzetgyökös kifejezésekkel (gyökjel alá bevitel, gyökjel alól kihozatal). Tudjon számolni hatvány- és gyökkifejezésekkel. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.</i></p> <p><i>Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait.</i></p>	<p>Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma.</p> <p>Bizonyítsa a hatványozás azonosságait.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait. Bizonyítsa a gyökvonás azonosságait.</p> <p>Bizonyítsa a logaritmus azonosságait.</p> <p>Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>2.6 Betűkifejezések</p> <p>2.6.1 Nevezetes azonosságok</p>	<p>Ismerje az algebrai kifejezések, a racionális, az irracionális, az egész és a törtkifejezések fogalmát, a polinom fokszámát, lexikografikus alakját.</p> <p>Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását: $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; $(a+b)^3$; $(a-b)^3$; $a^2 - b^2$; $\frac{a^3 - b^3}{a^3 - b^3}$.</p> <p><i>Tudja végrehajtani az összevonást, szorzást, osztást egytagú kifejezéssel, a szorzattá alakítást kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával. Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, azokat egyszerűbb alakra hozni.</i></p>	<p>Tudja alkalmazni feladatokban az $a^n - b^n$ kifejezés szorzattá alakítását.</p> <p>Tudjon többszöri kiemelést igénylő feladatokat megoldani.</p>
<p>2.7 Egyenes és fordított arányosság</p> <p>2.7.1 Százalékszámítás</p>	<p><i>Tudja az arányosság definícióit és grafikus ábrázolását.</i></p> <p>Tudjon (egyszerű) arányossági feladatokat megoldani.</p> <p>Százalékszámítással kapcsolatos (egyszerű) feladatok megoldása.</p>	

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek</p> <p>2.8.1 Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek</p> <p>Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek</p>	<p>Ismerje az algebrai és nem algebrai egyenletek, az <i>alaphalmaz és az azonosság fogalmát</i>. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: <i>mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások</i>, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése stb.</p> <p><i>Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket megoldani.</i> <i>Kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer megoldása.</i> Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.</p> <p><i>Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.</i> <i>Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet.</i> Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. A gyökök és együtthatók közötti összefüggések, a gyöktényező alak alkalmazása feladatokban. Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani.</p>	<p>Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani.</p> <p>Többismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek megoldása.</p> <p>Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát. Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.</p> <p>Másodfokú paraméteres feladatok megoldása.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
Magasabb fokú egyenletek Négyzetgyökös egyenletek	Másodfokú egyenletrendszerek megoldása. Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása. Tudjon $\sqrt{ax+b} = c$ típusú ($a, b, c \in \mathbb{R}$, konkrét), valamint két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani.	Tudjon másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenleteket és másodfokú egyenletrendszereket megoldani. Értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható feladatok, összetett feladatok megoldása.
2.8.2 Nem algebrai egyenletek Abszolútértékes egyenletek Exponenciális és logaritmikus egyenletek Trigonometrikus egyenletek	Tudjon $ ax+b = c$ típusú egyenleteket algebrai és grafikus módon, valamint $ ax+b = cx+d$ típusú egyenleteket megoldani. Tudjon a definíciók és azonosságok (lásd 4.5) közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani. Tudjon a definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.	Abszolútértékes egyenletek algebrai megoldása.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek	<p><i>Ismerje az egyenlőtlenségek alaptulajdonságait (mérlegelv alkalmazása).</i></p> <p>Alkalmazza helyesen a reciprokra való áttérést, illetve gyökvonást egyenlőtlenség esetén.</p> <p>Egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.</p>	<p>Tudjon megoldani összetett feladatokat.</p> <p>Kétismeretlenes egyenlőtlenségrendszer</p> <p>Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani.</p>
2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek	<p><i>Az aritmetikai közép és a geometriai közép fogalma.</i></p> <p>Tudjon megoldani feladatokat két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés alapján.</p>	<p>Ismerje n szám számított középértékeit (aritmetikai, geometriai, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket.</p> <p>Bizonyítsa, hogy $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, ha $a, b \in \mathbb{R}^+$.</p>

3.

Függvények, az analízis elemei

- 3.1 A függvény
- 3.2 Egyváltozós valós függvények
 - 3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk
 - 3.2.2 A függvény jellemzése
- 3.3 Sorozatok
 - 3.3.1 Számítani és mértani sorozatok
 - 3.3.2 Végtelen mértani sor
 - 3.3.3 Kamatos kamat, diszkontálás
- 3.4 Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei
 - 3.4.1 Határérték, folytonosság
 - 3.4.2 Differenciálszámítás
 - 3.4.3 Integrálszámítás

A témakör különösen alkalmas annak szemléltetésére, hogy egy probléma matematikai megoldása három lépésben történik: a matematikai modell megalkotása, a matematikai feladat megoldása a modellen belül, és az eredmény értelmezése. Ennek láthatóan meg kell jelennie a követelmények megfogalmazásakor is.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
3.1 A függvény	<p>A függvény matematikai fogalma. <i>Ismerje a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet).</i></p> <p><i>Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képletel megadni.</i></p> <p><i>Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az x-et meghatározni.</i></p> <p><i>Ismerje az egy-egyértelmű megfeleltetés fogalmát.</i></p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.</p> <p>Inverz fogalmának szemléletes értelmezése (pl. geometriai transzformációk).</p>	Tudja az alapfogalmak pontos definícióját.
3.2 Egyváltozós valós függvények	<p><i>Ismerje és tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:</i></p> <p>$x \mapsto ax + b$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^n \quad n \in \mathbb{N}$;</p> <p>$x \mapsto ax^2 + bx + c$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto x$;</p> <p>$x \mapsto [x]$; $x \mapsto \{x\}$; $x \mapsto \operatorname{sgn} x$; $x \mapsto \frac{a}{x}$;</p> <p>$x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$;</p> <p>$x \mapsto a^x$; $x \mapsto \log_a x$.</p>	<p>Tudja az összetett függvény fogalmát.</p> <p>Ismerje az alapfüggvényekből összetett függvényeket, valamint a $x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d}$ függvényt.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvények leszűkítésének fogalmát.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk $f(x) + c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(cx)$	<i>Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.</i> Tudjon egy-két lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni.	Tudja ábrázolni az alapfüggvények transzformációit.
3.2.2 A függvény jellemzése	<i>Egyszerű függvények jellemzése (grafikon alapján): értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából.</i>	Tudja a függvények jellemzéséhez használt fogalmak pontos definícióját. Függvények jellemzése korlátosság szempontjából. A függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében transzformációk segítségével határozza meg. Használja a konvexitás fogalmát a függvények jellemzésére. Egyszerűbb, másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-feladatok megoldása.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
3.3 Sorozatok	<p>Ismerje és használja a sorozat különböző megadási módjait. Tudja felírni rekurzív képlettel adott sorozat tagjait.</p>	
3.3.1 Számtani és mértani sorozatok	<p><i>Tudjon olyan egyszerű feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az a_n-re, illetve az S_n-re vonatkozó összefüggéseket kell használni.</i></p> <p>Tudjon megoldani összetettebb feladatokat a számtani és a mértani sorozatok köréből.</p>	<p>Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket, valamint az összegképleteket.</p>
3.3.2 Végtelen mértani sor		<p>Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.</p>
3.3.3 Kamatos kamat, diszkontálás	<p><i>Tudja adott alap, százalékláb és futamidő mellett a felnövekedett értéket meghatározni.</i></p> <p>Ismerje a megfelelő kiszámítási módokat, tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni bármelyik ismeretlen adat meghatározására.</p>	<p>Tudjon törlesztőjárdékot, gyűjtőjárdékot, valamint évenként azonos tőkeemelés melletti kamatos kamatot számolni.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei 3.4.1 Határérték, folytonosság 3.4.2 Differenciálszámítás		<p>Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. A folytonosság szemléletes fogalma. Ismerje a polinomfüggvények, az egyszerű racionális törtfüggvények, a $\frac{\sin x}{x}$ határértékét véges helyen (0-ban) és végtelenben.</p> <p>Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját. Tudja meghatározni:</p> <ul style="list-style-type: none"> – az x^n deriváltját, – polinomfüggvények deriváltját, – trigonometrikus függvények deriváltját, – összetett függvények deriváltját. <p>Alkalmazza a differenciálszámítást:</p> <ul style="list-style-type: none"> – érintő egyenletének felírására, – szélsőérték-feladatok megoldására. <p>Másod- és harmadfokú polinomfüggvények menetének, szélsőértékének, alakjának meghatározása deriválással.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
3.4.3 Integrálszámítás Határozott és határozatlan integrál folytonos függvényekre		<p>Ismerje a határozott és a határozatlan integrál fogalmát és tulajdonságait.</p> <p>Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton–Leibniz-tételt.</p> <p>x^n ($n \neq -1$) integrálja, $\sin x$, $\cos x$ lineáris kombinációinak integrálja.</p> <p>Tudjon függvény grafikonja alatti területet számolni.</p>

4.

Geometria, koordinátagometria, trigonometria

- 4.1 Elemi geometria
 - 4.1.1 Térelemek
 - 4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok
- 4.2 Geometriai transzformációk
 - 4.2.1 Egybevágósági transzformációk
 - 4.2.2 Hasonlósági transzformációk
 - 4.2.3 Egyéb transzformációk
- 4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok
 - 4.3.1 Síkbeli alakzatok
 - 4.3.2 Térbeli alakzatok
- 4.4 Vektorok síkban és térben
- 4.5 Trigonometria
- 4.6 Koordinátagometria
 - 4.6.1 Pontok, vektorok
 - 4.6.2 Egyenes, sík
 - 4.6.3 Kör
 - 4.6.4 Parabola
- 4.7 Kerület, terület
- 4.8 Felszín, térfogat

A témakör követelményeit abban a tudatban kell megfogalmaznunk, hogy a geometria szerepe, funkciója, hangsúlyai sokat változtak az elmúlt évtizedekben. Ennek megfelelően az elemi geometria kissé háttérbe szorult. Szem előtt kell tartani ugyanakkor, hogy a geometria oktatása segíti a pontos fogalomalkotást, a struktúraalkotás képességének kialakulását, fejleszti a gyakorlati, térbeli tájékozódást.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>4.1 Elemi geometria 4.1.1 Térelemek</p> <p>4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok</p>	<p>Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát. <i>Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát.</i> <i>Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.</i> <i>Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.</i></p> <p>Tudja a következő fogalmakat, tételeket: – térelemek párhuzamossága, merőlegessége, lehetséges kölcsönös helyzetei, – síkra merőleges egyenes tétele, Használja a fenti ismereteket feladatmegoldásokban.</p> <p><i>Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező, parabola fogalmát.</i> Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.</p>	<p>Értse a távolság és a szög definíciójánál a minimum tulajdonság szem előtt tartását.</p> <p>Tudja a következő fogalmakat, tételeket: – párhuzamossági axióma, – metsző egyenesek szögfelezői merőlegesek egymásra. Használja a fenti ismereteket feladatmegoldásokban.</p> <p>Ismerje a kúpszeletek származtatását körkúp metszésével. Tudja a kúpszeletek szabatos definícióját.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>4.2 Geometriai transzformációk</p> <p>4.2.1 Egybevágósági transzformációk Síkban (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás)</p> <p>Térben (eltolás, tengely körüli forgatás, pontra vonatkozó tükrözés, síkra vonatkozó tükrözés)</p>	<p>A geometriai transzformáció mint függvény.</p> <p>Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságaikat, és alkalmazza azokat. <i>Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.</i></p> <p><i>Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.</i> <i>Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.</i></p>	<p>Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok és testek egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának elégséges feltételét.</p> <p>Tudja a transzformációk definícióit, tulajdonságaikat.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
4.2.2 Hasonlósági transzformációk	<p>Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza azokat. <i>Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.</i> <i>Szakasz adott arányú felosztása.</i> Hasonló alakzatok felismerése, alkalmazása, arány felírása. Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételket.</p>	
4.2.3 Egyéb transzformációk Merőleges vetítés		<p>Tudja a merőleges vetítés definícióját, tulajdonságait. Legyen képes gyakorlati példákban alkalmazni (pl. alaprajz, műszaki rajz).</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok	Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.	
4.3.1 Síkbeli alakzatok Háromszögek	<p><i>Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.</i></p> <p>Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (<i>háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van</i>).</p> <p><i>Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.</i></p> <p>Tudja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).</p> <p>Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p> <p>Szögfelezőtétel ismerete, alkalmazása.</p> <p><i>Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.</i></p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a magasság- és a befogótételt.</p>	<p>Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket.</p> <p>Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt és megfordítását.</p> <p>Bizonyítsa a magasság- és a befogótételt.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
Négyszögek	<p>Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, deltoid) és tulajdonságait, alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.</p> <p>Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.</p>	Húrnégyszög, érintőnégyyszög tételének ismerete és alkalmazása
Sokszögek	<p>Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a külső és belső szögösszegre vonatkozó tételeket.</p> <p>Tudja a szabályos sokszögek definícióját.</p>	
Kör	<p>A kör részeinek ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.</p> <p>Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p> <p>A szög mérése fokban és radiánban.</p> <p>Tudja és alkalmazza (egyszerű) feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.</p> <p>Tudja és alkalmazza (egyszerű) feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását.</p>	<p>Igazolja és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét.</p> <p>Ismerje és használja a látókör fogalmát.</p> <p>Bizonyítsa a Thalész-tételt és megfordítását.</p>
4.3.2 Térbeli alakzatok	<p>Henger, kúp, gúla, hasáb, gömb, csonkagúla, csonkakúp ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.</p>	

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
4.4 Vektorok síkban és térben	<p>Ismerje és alkalmazza (egyszerű) feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> – vektor fogalma, abszolútértéke, – nullvektor, ellentett vektor, – vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa, – vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok, – vektor felbontása összetevőkre. <p>Skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> – vektor koordinátái, – vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái, <p>Vektorok alkalmazása feladatokban.</p>	<p>Ismerje és alkalmazza feladatokban vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
4.5 Trigonometria	<p><i>Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.</i></p> <p>Tudja a szögfüggvények általános definícióját.</p> <p>Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye, pitagoraszi összefüggés.</p> <p>Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból.</p> <p><i>Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényeit.</i></p> <p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.</p> <p>Tudja és használja a szinusz és a koszinusz tételt.</p> <p>Tudjon számolásokat végezni (<i>derékszögű</i>) általános háromszögben.</p>	<p>Bizonyítsa a pitagoraszi összefüggést.</p> <p>Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket (($\sin(\alpha \pm \beta)$), ($\cos(\alpha \pm \beta)$), ($\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$))</p> <p>Bizonyítsa a szinusz- és a koszinusz-tételeket.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>4.6 Koordinátageometria 4.6.1 Pontok, vektorok</p> <p>4.6.2 Egyenes, sík</p>	<p><i>Tudja \vec{AB} vektor koordinátáit, abszolútértékét.</i> Két pont távolságának, szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak felírása, alkalmazása feladatokban. A háromszög súlypontja koordinátáinak felírása, alkalmazása feladatokban.</p> <p><i>Az egyenes egy egyenletének ismerete.</i> Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét. <i>Egyenesek metszéspontjának számítása.</i> Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.</p> <p>Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátageometriai eszközökkel.</p>	<p>Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása.</p> <p>Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.</p> <p>Ismerje a háromdimenziós vektorokat.</p> <p>Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból.</p> <p>Határozza meg pont és egyenes távolságát.</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
4.6.3 Kör 4.6.4 Parabola	<p><i>Adott középpontú és sugarú körök egyenletének felírása.</i></p> <p>Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása.</p> <p>Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása.</p> <p>A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása.</p> <p>Alkalmazza ismereteit feladatokban.</p>	<p>A kör egyenletének levezetése.</p> <p>A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata.</p> <p>Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása, metszéspontjainak felírása.</p> <p>Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása.</p> <p>A parabola egyenlete</p>
4.7 Kerület, terület	<p>Háromszög területének kiszámítása különböző adatokból: $t = \frac{a \cdot m_a}{2}$; $t = \frac{ab \sin \gamma}{2}$.</p> <p><i>Nevezetes négyszögek területének számítása.</i></p> <p>Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.</p> <p><i>Kör, körcikk, körszelet kerülete, területe.</i></p> <p>Kerület- és területszámítási feladatok.</p>	<p>A háromszög területének kiszámítására használt további összefüggések:</p> $t = sr; \quad t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$
4.8 Felszín, térfogat	<p><i>Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.</i></p> <p><i>Egyenes hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel.</i></p>	<p>Összetett térgeometriai feladatok megoldása.</p>

5.

Valószínűségszámítás, statisztika

5.1 Leíró statisztika

5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai

5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, adattömörítés

5.1.3 Átlagtól való eltérés mértéke

5.1.4 Kapcsolat az adathalmaz eloszlása, számtani közepe és szórása között

5.2 Valószínűségszámítás és a matematikai statisztika elemei

5.2.1 Véletlen jelenségek jellemzése, valószínűség

5.2.2 A sokaság paraméterének ismeretében a minta relatív gyakoriságának becslése

5.2.3 A hipotézisvizsgálat elemei

A modern tudományelmélet egyik fontos pillére a sztochasztikus gondolkodásmód, mivel mind a társadalomtudományi, mind a természettudományi, mind pedig a közgazdasági törvényeink nagy része csak statisztikusan igaz. A mindennapi élet történéseit sem lehet megérteni statisztikai ismeretek nélkül, mivel ott is egyre gyakrabban olyan tömegjelenségekkel kerülünk szembe, amelyek a statisztika eszközeivel kezelhetők. A sztochasztikus gondolkodásmód a XXI. század elejére az emberi gondolkodásnak, döntéseknek és cselekvéseknek olyannyira alapvető része lesz, hogy elsajátítása semmiképpen sem kerülhető meg.

Ebben a témakörben középszinten csak az alapfogalmak megértését és használatát követeljük meg, míg emelt szinten a téma matematikai felépítésének egyes részéről is számot kell adni. E fejezet követelményrendszere két ellentétes tendencia közötti kompromisszum jegyében született, mely szerint alapvető társadalmi szükség mutatkozik a téma iránt, miközben a tanításban elfoglalt helye ma még igencsak periférikus.

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>5.1 Leíró statisztika</p> <p>5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai</p> <p>5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, adattömörítés</p> <p>5.1.3 Átlagtól való eltérés mértéke</p> <p>5.1.4 Kapcsolat az adathalmaz eloszlása, számtani közepe és szórása között</p>	<p>Tudjon adott adathalmazt szemléltetni. Tudja és alkalmazza a táblázatos feldolgozás módszerét. Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Kördiagram, oszlopdiagram. <i>Tudjon adott diagramról információt kiolvasni.</i> Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, <i>relatív gyakoriság.</i></p> <p>Ismerje és alkalmazza az alapvető átlagtulajdonságokat, a súlyozott számtani közepet. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: – medián (rendezett minta közepe), – módusz (leggyakoribb érték). Tudja, hogy melyik közép mire használható. A fenti közepek meghatározása adott adathalmaz esetén.</p> <p>Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás. <i>Szórás kiszámolása adott adathalmaz esetén számológéppel.</i></p>	<p>Hisztogram.</p> <p>Ismerje az adathalmazok egyesítése és az átlagok közötti kapcsolatot.</p> <p>Az empirikus törvény szemléletes értelmezése, használata. (Az adatok hány százaléka esik az átlag szórásnyi, kétszórásnyi, háromszórásnyi környezetébe.)</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
<p>5.2 Valószínűségszámítás és a matematikai statisztika elemei</p> <p>5.2.1 Véletlen jelenségek jellemzése, valószínűség</p> <p>5.2.2 A sokaság paraméterének ismeretében a minta relatív gyakoriságának becslése</p>	<p>Véges sok kimenetel esetén szimmetriamegfontolásokkal számítható valószínűségek (egyenlő esélyű elemi eseményekből) egyszerű feladatokban. Esemény, eseménytér konkrét példák esetén.</p> <p>A Laplace-modell: $\frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes esetek száma}}$ ismerete. <i>Szemléletes kapcsolat a relatív gyakoriság és a valószínűség között.</i></p> <p>Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel esetén, binomiális eloszlás.</p>	<p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: esemény, eseménytér matematikai fogalma, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége. Nagy számok törvénye (szemléletes tartalma).</p> <p>A binomiális eloszlás (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) tulajdonságai (ábrázolása). Várható érték, szórás fogalma és kiszámítása az egyenletes és a binomiális eloszlás esetén. Intervallumbecslés a relatív gyakoriságra (adott valószínűséggel milyen intervallumba esik a relatív gyakoriság).</p>

TÉMAKÖR	VIZSGASZINT	
	Középszint	Emelt szint
5.2.3 A hipotézisvizsgálat elemei (Minta relatív gyakorisága alapján a sokaság paraméterének becslése)		Következtetés a minta alapján a sokaságra (gondolatmenet).

KÖZÉPSZINTŰ VIZSGA

A vizsga célja

Megegyezik a bevezetőben leírt célokkal.

A vizsga szerkezete

A középszintű matematika érettségi vizsga 180 perces írásbeli vizsga. Szóbeli vizsgát azok a tanulók tehetnek, akiknek az írásbeli vizsgájuk sikertelen (nem érte el az elégséges szintet).

Írásbeli vizsga

Az írásbeli vizsgán használható függvénytáblázat és számológép.

Az írásbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A feladatsor tematikailag lefedi a követelményrendszer 5 nagy témakörét.

A feladatsor tartalmi arányaiban törekszik a következőkre:

Gondolkodási műveletek	25%
Számelmélet, algebra	20%
Függvények, az analízis elemei	10%
Geometria, koordináta-geometria, trigonometria	25%
Valószínűségszámítás, statisztika	20%

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes tanulók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. A gondolkodási műveletek témakörébe tartozik a feladatoknak minden olyan részeleme, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modellalkotást igényel.

A feladatsor feladatainak körülbelül 60%-a a hétköznapi élet problémáiból megfogalmazott, esetenként egyszerű modellalkotást igénylő feladat.

A valószínűségszámítás, statisztika témakör, valamint a szöveges, gyakorlati feladatok aránya a bevezetést követő években kisebb arányt képviselne, hogy kellő időt biztosítsunk az új feladatok tanítási folyamatba való beépüléséhez, a tanárok fokozatos felkészüléséhez.

A feladatsort úgy kell összeállítani, hogy az elégséges szintet (az érékelési skálának megfelelően) a követelményrendszerben megadott minimumkövetelményekből el lehessen érni.

A feladatsor szerkezete

A feladatsor két, jól elkülönülő részből áll. Az *első rész* 45 perces, 15 feladatból álló, rövid feladatokat tartalmazó feladatlap, amely az alapfogalmakat, definíciókat, egyszerű összefüggéseket hivatott számon kérni. A feladatok többsége nyílt végű feladat, de ebben a

részben megjelenhet néhány igaz-hamis állítást tartalmazó, vagy egyszerű feleletválasztós feladat is. Az első rész megoldására 45 perc áll rendelkezésre, vagyis ezen idő eltelte után ezeknek a feladatoknak megoldására nincs tovább mód.

A feladatok egyenként 2 pontot érnek, összesen tehát az első rész *30 pont*.

A *második rész* időtartama 135 perc. Az erre az időre készített feladatsor további két részre oszlik, melynek megoldása azonban már folyamatos, időben nem korlátozott.

A II./a rész 5, egyenként 10 pontos feladatot tartalmaz, amelyből 4-et kell megoldani, és csak négy értékelhető, vagyis a jelöltnek az ötből egyértelműen ki kell választani a megoldandó négy feladatot. A feladatok egy vagy több apróbb részkérdésből állnak.

A II./b rész 3, egyenként 15 pontos feladatot tartalmaz, amelyből 2-t kell megoldani, és csak kettő értékelhető, a II./a részben leírtakhoz hasonlóan. A feladatok a középszintű követelmények keretein belül összetett feladatok, *többnyire* több témakört is érintenek és több részkérdésből állnak.

A II./a és II./b rész megoldására fordított időt a jelölt szabadon használhatja fel. Véleményünk szerint a 135 perc elegendő a 6 feladat megoldására. Az idő meghatározásánál figyelembe vettük, hogy a feladatok elolvasása, a választások mérlegelése külön időt igényel.

A leírtak illusztrálására a *melléklet* két feladatsort tartalmaz. Az első a 2005-ben kitűzhető feladatsorra, a második a néhány év múlva (körülbelül 2010-ben) kitűzhető feladatsorra ad egy lehetséges változatot.

A dolgozatok javítása

A tanulók dolgozatait az iskolában, a tanulókat tanító tanár javítja. A javítására részletes javítási útmutató szolgál. A javítási útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldásait, annak esetlegesen több változatát is, az egyes megoldásrészletekre adható részpontoszámot. (A megoldási útmutatóra mintát lásd a mellékletben.)

Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga a középszinten az elégtelen írásbeli vizsga javítására szolgál. A vizsgára a felkészülési idő minimum 30 perc, a vizsga időtartama 10 perc. A számológép és a függvénytáblázat mind a felkészülési idő alatt, mind pedig a vizsga időtartama alatt használható.

A szóbeli vizsga tételeit – központi útmutató alapján – az iskolában állítják össze.

A szóbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A szóbeli vizsgára legalább 20 tételt kell készíteni, amennyiben a vizsgázó csoportban van szóbeli vizsgára jelentkező tanuló. A tételek tartalmi arányai az írásbeli feladatsor arányait tükrözzék.

A szóbeli vizsga felépítése

A tétel tartalmazzon egy témakörre vonatkozó 3 egyszerű elméleti kérdést (definíciót, azonosságot, tétel kimondását), valamint 3 feladatot. 2 ezek közül az írásbeli vizsga első részének megfelelő egyszerű, 2-3 perc alatt megoldható feladat legyen, egy pedig a második részben található 10 pontos feladatnak megfelelő nehézségű.

A tétel egyes elemei más-más témakörből kerüljenek kiválasztásra: egyik témakör az elmélet, és három másik az egyes feladatok témaköre.

Értékelés

A szóbeli vizsgán elérhető pontszám 40 pont.

Az értékelés szempontjai:

1. A feladatok tartalmi megoldása (25 pont)

Az elméleti kérdés összesen 9 pont (3 db 3 pontos részkérdésből)

A két rövid feladat 3-3 pont: összesen 6 pont

A hosszabb feladat 10 pont

2. Önálló teljesítményre való képesség: (5 pont)

Azt kell mérlegelni az 5 pont odaítélésekor, hogy milyen mértékben tudott önállóan megbirkózni a kérdésekkel, illetve a feladatokkal, ha segítő kérdésekre volt szüksége, azzal milyen mértékben tudott élni.

3. A feladat logikus előadása: (5 pont)

4. Matematikai kommunikációs képesség – a szaknyelv használata (5 pont)

Azt kell mérlegelni, hogy a megoldásaiban a megfelelő szakkifejezéseket használja-e, érti-e és a megoldásaiban fel tudja-e használni a kérdéseket.

A vizsga értékelése

1. Kizárólag írásbeli vizsga letétele esetén

<i>Elégtelen</i>	0 – 32 pont
<i>Elégséges</i>	33 – 40 pont
<i>Közepes</i>	41 – 60 pont
<i>Jó</i>	61 – 79 pont
<i>Jeles</i>	80 – 100 pont

2. Szóbeli vizsgával (elégtelen írásbeli vizsga esetén)

Ha a tanuló az írásbeli vizsgán nem érte el a 33 pontot, szóbeli vizsgára bocsátható. Am ebben az esetben is el kell érnie a szóbeli és az írásbeli vizsga összeredményével (max.: 140 pont) a 33 %-os teljesítményt. Tehát:

<i>Elégtelen</i>	0 – 45 pont
<i>Elégséges</i>	46 – 56 pont
<i>Közepes</i>	57 – 72 pont

Vagyis csak annak van matematikai esélye a vizsga sikerére, aki legalább 6 pontot elért az írásbeli vizsgán.

EMELT SZINTŰ VIZSGA

A vizsga célja

Emelt szinten, a bevezetőben felsoroltakon, túl az érettségi vizsga célja annak mérése, hogy a tanuló

- rendelkezik-e a felsőfokú matematikai tanulmányokhoz szükséges alapokkal;
- képes-e hipotéziseket megfogalmazni, és sejtéseit bizonyított állításaitól megkülönböztetni;
- rendelkezik-e kombinatív készséggel, képes-e kreatív gondolkodásra;
- képes-e gondolatmenetében érthetően, világosan alkalmazni a matematikai modellalkotás lépéseit (probléma megfogalmazása, matematikai formába öntése, összefüggések keresése, az eredmények matematikai módszerekkel történő kiszámítása, igazolása, értelmezése);
- képes-e bemutatni a matematika belső szépségét és az emberi kultúrában betöltött szerepét.

A vizsga szerkezete

Az emelt szintű matematika érettségi vizsga 240 perces írásbeli vizsgából és 20 perces szóbeli vizsgából áll. A feladatok mindkét vizsgarészben központi kijelölésűek, s a dolgozatok javítása is központilag, 2 értékelő által történik. A szóbeli vizsga három matematikatanár előtt zajlik.

Írásbeli vizsga

Az írásbeli vizsgán használható függvénytáblázat és zsebszámológép.

Az írásbeli vizsga leírása

Tartalmi szerkezet

A feladatsor tematikailag lefedi a követelményrendszer 5 nagy témakörét.

A feladatsor tartalmi arányaiban törekszik a következőkre:

Gondolkodási műveletek	20%
Számelmélet, algebra	20%
Függvények, az analízis elemei	20%
Geometria, koordináta-geometria, trigonometria	20%
Valószínűségszámítás, statisztika	20%

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes tanulók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak.

A feladatsor feladatainak 50%-a szöveges, a hétköznapi élet problémáiból megfogalmazott, egyszerű modellalkotás alkalmazását igénylő feladat.

A valószínűségszámítás, statisztika témakör, valamint a szöveges, gyakorlati feladatok aránya a bevezetést követő években kisebb arányt képviselne, hogy kellő időt biztosítsunk az új feladatok tanítási folyamatba való beépüléséhez, a tanárok fokozatos felkészüléséhez.

A feladatsor felépítése

A feladatsor folyamatosan megoldandó, 3 különböző részből áll. A jelölteknek összesen 240 perc áll a rendelkezésükre, amit szabadon használhatnak fel.

Az *I. rész* 4 feladatból áll. Ezek az emelt szintű követelmények alapján egyszerűnek tekinthetők, többnyire a középszintű követelmények ismeretében is megoldhatók. (Ebben a részben nincs választási lehetőség.) A feladatok általában egy vagy több részkérdést tartalmaznak, *összpontszámuk 40*.

A *II. rész* 4 azonos, egyenként 14 pontértékű feladatból áll. A jelölt a négyből hármat kell válasszon megoldásra, és csak három értékelhető. A feladatok egy-két témakör ismeretanyagára támaszkodnak. A *II. rész összpontszáma: 42*.

A *III. rész* egyetlen, összetett, több témakör ismeretét felölelő, több részkérdésből álló, összetett feladatot tartalmaz. A feladat 18 pontot ér.

A leírtak illusztrálására a *melléklet* két feladatsort tartalmaz. Az első a 2005-ben számon kérhető feladatsorra, a második a néhány év múlva (körülbelül 2010-ben) számon kérhető feladatsorra ad egy lehetséges változatot.

A dolgozatok javítása

A tanulók dolgozatait az iskolában, a tanulókat tanító tanár javítja. A javítására részletes javítási útmutató szolgál. A javítási útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldásait, annak lehetséges egy-két változatát, az egyes megoldásrészletekre adható részpontszámokat. (A megoldási útmutatóra mintát lásd a mellékletben.)

Szóbeli vizsga

A vizsgára a felkészülési idő minimum 30 perc, a vizsga időtartama maximum 20 perc. A zsebszámológép és a függvénytáblázat mind a felkészülési idő alatt, mind pedig a vizsga időtartama alatt használható.

A szóbeli vizsga tételeit központilag állítják össze.

A szóbeli vizsga leírása

A szóbeli vizsga szerkezete kétféle lehet, a tanuló választásától függően. A tanuló előre megadott témakörökből készül. A témakörök (lásd táblázat) lefedik a követelmények teljes tematikáját. A vizsgán a diák egy témakört húz, amelyet választásától függően kétféle módon dolgozhat fel a felkészülési idő alatt.

1. lehetőség

A szóbeli felelet: egy témakör feldolgozása, amelyben szerepelnie kell a tanuló által szabadon megválasztott egy, a témához tartozó bizonyításnak, valamint a téma alkalmazásainak a matematikán belül, illetve a matematikán kívül konkrét példákkal illusztrálva. A bizonyított tétel lehet a követelményekben kötelezően elő nem írt tétel is, ha a tanuló azt választja. Ezen túlmenően a téma feldolgozása, a megadott témakör szűkítése vagy bővítése, a téma logikai felépítése a tanuló saját döntése alapján történhet.

2. lehetőség

A kihúzott tétel tartalmaz az adott témakörből

- egy meghatározott definíciót
- egy adott tételt
- egy adott alkalmazási területet
- egy konkrét megoldandó feladatot

Példa egy tételre:

9. Sorozatok

- Definiálja a mértani sorozatot!
- Bizonyítsa be a számtani sorozat összegképletét!
- Beszéljen a kamatoskamat-számításról!
- Oldja meg a következő feladatot:
Hány oldalú az a sokszög, amelynek a szögei egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, amelynek az első tagja 100° , a differenciálja pedig 10° ?

Tématablázat

	Téma	Példák a bizonyítandó összefüggésre	Példák az alkalmazásra
1.	Kombinatorika	permutációk, variációk	különböző lehetőségek leszámolása
2.	Gráfok	élek száma és a foksám	kémia, munkabeosztás, földrajzi úthálózat
3.	Számfogalom és műveletek	$\sqrt{2}$ irracionális szám	mérés, struktúrák, számítógép
4.	Számelmélet	oszthatósági állítások	diszkrét problémák
5.	Betűs kifejezések algebrája	binomiális tétel	gyakorlati szöveges feladatok
6.	Egyenletek, egyenletrendszerek	másodfokú egyenlet megoldóképlet	gyakorlati szöveges feladatok
7.	Egyenlőtlenségek, közepek	közepek közti kapcsolatok	szélsőértékproblémák, optimalizációs kérdések
8.	Függvények	függvénytranszformációk	összefüggések elemzése
9.	Sorozatok	mértani sorozat összegképlete	pénzügyi feladatok, gazdasági matematika
10.	Differenciálszámítás	$x \mapsto x^n$ függvény deriváltjának levezetése	függvényvizsgálat
11.	Geometriai transzformációk	háromszög súlypontjának létezése hasonlósággal	szimmetria viszonyok a művészetben stb.
12.	Háromszögek geometriája	koszinusztétel, szinusztétel	háromszögszámítások, geodézia
13.	Kör geometriája	kerületi és középponti szögek tétele	körökkel kapcsolatos feladatok
14.	Térgeometria	síkra merőleges egyenes	térbeli problémák elemzése
15.	Vektorok	skaláris szorzat tételei	vektorok a fizikában, geometriában
16.	Koordinátagéometria	egy alakzat egyenletének a levezetése	a geometria algebraizálása
17.	Trigonometria	a pitagoraszi összefüggés levezetése	fizikai, geometriai
18.	Mérés a geometriában	egy képlet levezetése	különböző terület-, felszín-, térfogatszámítások a mindennapi életből
19.	Integrálszámítás	Newton-Leibniz formula	terület, térfogatszámítás
20.	Leíró statisztika	az átlag tulajdonságai	adatelemzés, tömörítés
21.	Valószínűség-számítás	binomiális eloszlás jellemzése	valószínűségi modellek a legkülönbözőbb szituációkban
22.	A matematikai statisztika elemei	becsült intervallum	közvélemény-kutatás

Értékelés

A szóbeli vizsga 30 pontot ér.

1. felépítés esetén

- **Logikai felépítés, vázlat, hogyan tudja súlyozni a mondandóját, időbeosztás (5 pont)**

A felelet felépítésében haladhat az általánosabb felől a konkrét felé vagy fordítva. Az alkalmazásokat és a tételt önállóan beépítheti a feleletbe, de az szerepelhet a felelet végén is. Értékelni kell, hogy a felelet során elvész-e a részletekben, vagy látja a téma fontosabb súlyponti részeit; valamint, hogy a tételeket, alkalmazásokat maga választotta-e ki, vagy a kérdezőnek kellett megadni egy tételt, és/vagy egy feladatot, mert a felelő nem tudott ilyet választani.

- **A bemutatott, bizonyított tétel értékelése (5 pont)**

A helyesen kimondott és jól bizonyított tétel (ha nem teljesen triviális) ér 5 pontot. Utóbbi esetben a kérdezőnek kell megpróbálni ajánlatot tenni megfelelő tételre. Ebben a pontban kell azt is értékelni, hogy tisztában van-e matematika felépítésének három alapfogalmával: axióma, definíció, tétel. Vagyis a bizonyítás értelmét is tudni kell. Ha elakad a tétel bizonyításában, akkor a pontozás attól függ, hogy segítséggel tudja-e folytatni, illetve, hogy a bizonyítás gondolatmenetének melyik részletéig jutott el.

- **Kifejezőkészség, szaknyelv használata (5 pont)**

Mennyire pontos a fogalmazása, az esetleges felületességek, pontatlanságokat értelemzavaróak-e, vagy csak az időbeli korlátok, az izgalom, a vizsgaszituáció okozzák és figyelmeztetésre ki tudja javítani őket, vagy a megértés hiányáról tanúskodnak. Mennyire interiorizálta az anyagot, illetve milyen mértékben dominálnak a betanult, de meg nem értett összefüggések. Itt próbáljuk meg a matematika legfontosabb alapeszméinek a megértését és helyes használatát ellenőrizni. Pl. ekvivalencia fogalma, vagy helyes következtetési szabályok.

- **Alkalmazások a matematikában és a matematikán kívül (5 pont)**

Egy-két konkrét példa legalább felsorolás szintjén. Ebben a pontban lehet értékelni annak bemutatását, hogy mit jelent a matematika az emberi történelemben, illetve a mai társadalmi, technikai jelentőségének értékelését. Az alkalmazásoknál beszélhet, vagy magától, vagy kérdésre a technológia matematikában játszott szerepéről (pl. számítógép, egyéb lehetőségek).

- **Tartalmasság (5 pont)**

Ha a jelölt választott témájából a legfontosabb dolgokat tartalmazta a felelet, akkor 5 pont. Csak a helyesen szereplő tartalmat lehet figyelembe venni. A tárgyi tévedéseket vagy a hibásan megfogalmazott állításokat, rossz gondolatokat tartalmazó részeket, mint hiányosságokat kell figyelembe vennünk. Tehát például, ha a vektorműveleteket rosszul definiálja, akkor a hibás részeket, mint tartalmi hiányokat kell számolni.

- **Kommunikatív készség (5 pont)**

Ezen elsősorban nem a nyelvi vagy beszédkészséget értjük, azt már a 3. pontban kritériumként (kifejezőkészség) felsoroltuk. Ezúttal a matematikai kommunikatív készségről van szó. Lehet-e a vizsgázót egy matematikai témában vezetni, ha elakad hogyan reagál a segítségre, megérti-e amit kérdez a bizottság, mennyire rugalmasan gondolkodik.

Ebben a pontban a feltett kérdésekre adott válaszokat értékelhetjük, illetve ha a saját feleletében valahol elakadt, vagy tévedett, s erre a bizottság reagált, akkor erre miként válaszolt a vizsgázó. Mivel ez a pont az együttműködési készséget méri, ha a felelete során meg sem kellett szólalni, *akkor is kell kérdést feltenni*, hogy ezt az 5 pontot is megfelelően oszthassuk ki.

2. felépítés esetén

- **A definíció kimondása (3 pont)**

- **A bemutatott, bizonyított tétel értékelése (5 pont)**

A helyesen kimondott és jól bizonyított tétel ér 5 pontot. Ennél kell azt is értékelni, hogy tisztában van-e matematika felépítésének három alapfogalmával: axióma, definíció, tétel. Vagyis a bizonyítás értelmét is tudni kell. Ha elakad a tétel bizonyításában, akkor a pontozás attól függ, hogy segítséggel tudja-e folytatni, illetve, hogy a bizonyítás gondolatmenetének melyik részletéig jutott el.

- **A tételben megadott alkalmazás kifejtése (5 pont)**

- **A feladat megoldása (7 pont)**

- **Kifejezőkészség, szaknyelv használata (5 pont)**

Mennyire pontos a fogalmazása, az esetleges felületességek csak az időbeli korlátok miatt vannak, tehát szeretne több mindenről beszélni, és a sietség okozza a kisebb-nagyobb pontatlanságokat, vagy a megértés hiányáról tanúskodnak. Mennyire interiorizálta az anyagot, illetve milyen mértékben dominálnak a betanult, besulykolt, de meg nem értett összefüggések. A pontatlanságok értelemzavaróak-e, vagy csak az izgalom, a szituáció okozzák és figyelmeztetésre ki tudja javítani őket. Ha a pontatlanságok nem túl gyakoriak, és figyelmeztetésre ki tudja minden esetben javítani, akkor nem kell levonni pontot. Ha túl sok van belőlük, akkor az már pontlevonás. Itt próbáljuk meg a matematika legfontosabb alapeszméinek a megértését és helyes használatát ellenőrizni. Pl. ekvivalencia fogalma, vagy helyes következtetési szabályok.

- **Kommunikatív készség (5 pont)**

Ezen elsősorban nem a nyelvi vagy beszédkészséget értjük, azt már a 3. pontban kritériumként felsoroltuk. Ezúttal a matematikai kommunikatív készségről van szó. Lehet-e a vizsgázót egy matematikai témában vezetni, ha elakad hogyan reagál a segítségre, megérti-e amit kérdez a bizottság, mennyire rugalmasan gondolkodik.

Ebben a pontban a feltett kérdésekre adott válaszokat értékelhetjük, illetve ha a saját feleletében valahol elakadt, vagy tévedett, s erre a bizottság reagált, akkor erre miként válaszolt a vizsgázó. Mivel ez a pont az együttműködési készséget méri, ha a felelete során meg sem kellett szólalni, *akkor is kell kérdést feltenni*, hogy ezt az 5 pontot is megfelelően oszthassuk ki.

A vizsga értékelése

Az értékelés az írásbeli és a szóbeli vizsga együttes pontszáma (130) alapján történik.

<i>Elégtelen</i>	0 – 42 pont
<i>Elégséges</i>	43 – 51 pont
<i>Közepes</i>	52 – 78 pont
<i>Jó</i>	79 – 103 pont
<i>Jeles</i>	104 – 130 pont